



VALUTAZIONE DELLE PROVE OGGETTIVE ESEMPI PROVE INVALSI E OCSE PISA

**Metodi e tecnologie nell'insegnamento della
Matematica**

Percorso 24 CFU per l'ammissione ai FIT

VALUTAZIONE DI PROVE OGGETTIVE

- L'analisi e l'elaborazione dei risultati di un test si basa sul conteggio delle risposte esatte, di quelle errate e di quelle non date.
- Il punteggio conseguito in una prova viene definito **punteggio grezzo**.
- l'attributo **grezzo** sta ad indicare che con tali punteggi occorre compiere ulteriori elaborazioni (**procedure di standardizzazione**) che permettono confronti con esiti conseguiti in altre prove dagli stessi allievi o da altri allievi.



ANALISI DELLA DISTRIBUZIONE DEI PUNTEGGI: MISURA DI TENDENZA CENTRALE

- Per interpretare in modo sia sintetico che analitico i risultati di una prova, è opportuno avviare una analisi attraverso il calcolo di indici o misure in grado di esprimere sinteticamente sia la tendenza centrale, sia la variabilità o dispersione dei punteggi.
- Per sapere quali sono gli esiti complessivi del gruppo classe, si devono determinare i punteggi grezzi sui quali calcolare:
 - **La media aritmetica**
 - **Mediana**
 - **Moda**



ANALISI DELLA DISTRIBUZIONE DEI PUNTEGGI: MISURA DI TENDENZA CENTRALE

- La prima operazione è il calcolo della media dei punteggi grezzi che verrà confrontata con il punteggio massimo teorico conseguibile (MT) della prova.
- L'esito del confronto indicherà lo scarto tra livello delle conoscenze attese e quello di fatto mostrato dal gruppo.
- Il valore percentuale della media rispetto al MT conseguibile, dirà quanto i risultati raggiunti si discostano da quelli attesi



ANALISI DELLA DISTRIBUZIONE DEI PUNTEGGI: MISURA DI TENDENZA CENTRALE

- Un secondo confronto viene effettuato fra **media e mediana** che permetterà di comprendere **meglio** l'andamento della prova.
- La **mediana** rappresenta il valore centrale di una distribuzione ordinata di punteggi, il confronto fra il valore assunto da essa e il valore della media ci permette di sapere se la metà più uno degli allievi ha conseguito punteggi $>$ o $<$ di quelli medi del gruppo cioè se la maggioranza dei soggetti, in quanto ad apprendimento, si situa al di sopra o al di sotto del livello medio della classe.
- In genere, se la media supera la mediana, la prova ha creato difficoltà negli allievi; se la mediana supera la media, la prova è da considerarsi facile.

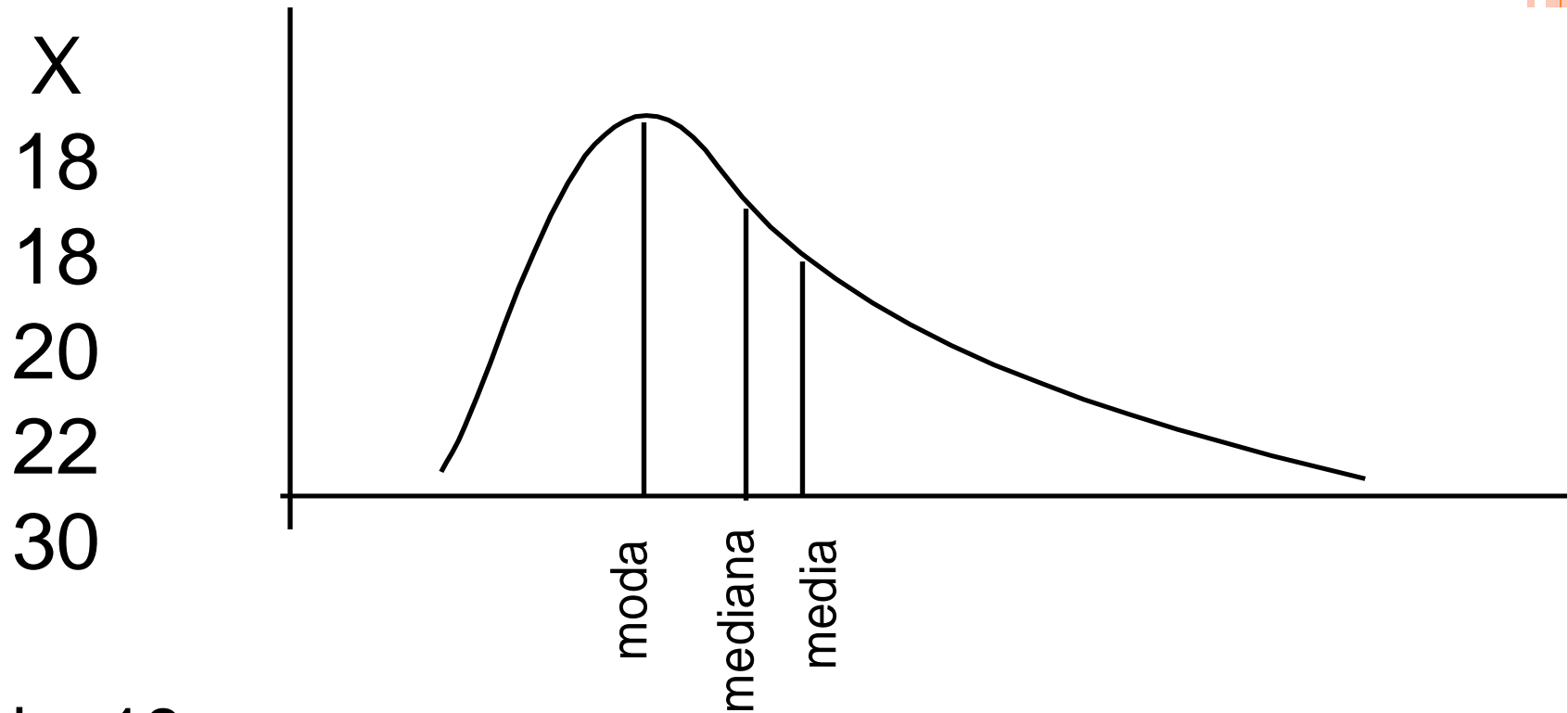


ANALISI DELLA DISTRIBUZIONE DEI PUNTEGGI: MISURA DI TENDENZA CENTRALE

- la **moda** (il punteggio che ricorre con la piu' alta frequenza) confrontato con la media ci da informazioni sulla difficolta' incontrata dagli alunni
- Se in una prova sommativa si dovessero registrare due o piu' mode con valori relativamente distanti, il docente capira' che la classe e' divisa in piu' gruppi , su ognuno dei quali va impostata un'azione di recupero adeguata .
- **Una situazione di questo tipo deve far riflettere il docente sulla sua azione didattica**



ASIMMETRICA POSITIVA



Moda=18

Mediana=20

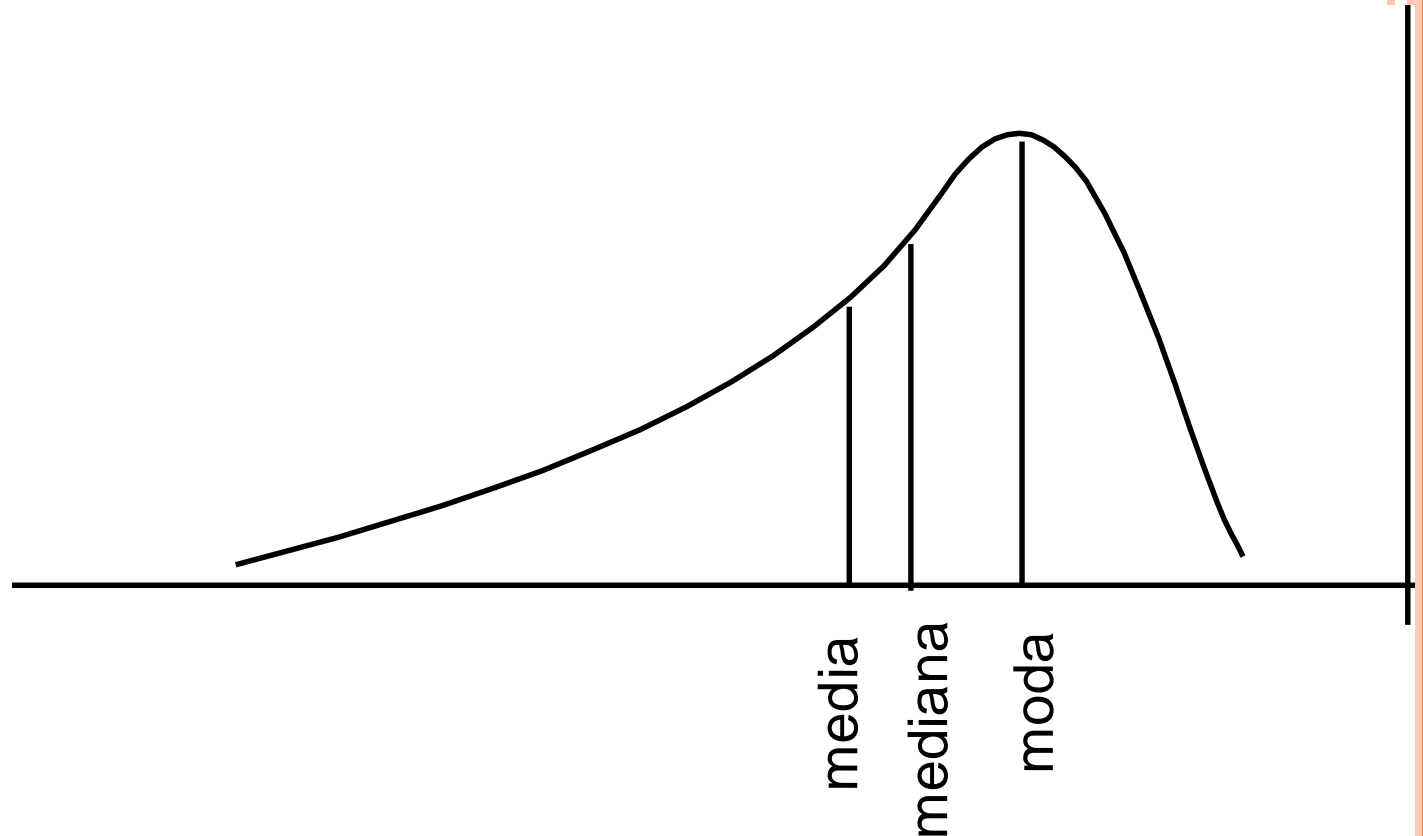
Media=21,6

$media > mediana > moda$

Prova difficile, molti non hanno saputo rispondere

ASIMMETRICA NEGATIVA

X
18
19
25
30
30



Moda=30

Mediana=25

Media=24,4

$media < mediana < moda$

Prova facile, molti hanno risposto con facilità

ANALISI DELLA DISTRIBUZIONE DEI PUNTEGGI : MISURE DI DISPERSIONE

- Le misure di tendenza centrale possono indurre ad equivoci interpretativi ,in quanto una stessa media, una mediana, una moda possono rappresentare distribuzioni di dati tra loro diverse

11,12,15,21,21,21,29,29,30

11,20,20,21,21,21,22,23,30

Media = moda = mediana = 21

- Nella prima serie la differenza rispetto alla media e' molto piu' elevata che nella seconda



LA DEVIAZIONE STANDARD

DISTRIBUZIONE PENTENARIA

- La deviazione standard σ (misura della tendenza dei valori ad allontanarsi dalla media) fornisce indicazioni sulla omogeneità delle prestazioni degli allievi

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

- Valori alti di σ corrispondono a risultati discordanti
- Valori bassi di σ corrispondono a risultati omogenei



LA DEVIAZIONE STANDARD DISTRIBUZIONE PENTENARIA

- La deviazione standard σ e' una misura significativa dell'omogeneita' o disomogeneita' dei risultati

Quando la σ non supera il 11-15 % del valore assunto dalla media, i punteggi possono considerarsi abbastanza omogenei, quanto piu' tale soglia viene superata tanto maggiore sara' lo squilibrio fra i risultati.



COME RENDERE CONFRONTABILI PUNTEGGI CONSEGUITI IN PROVE DIVERSE

- Non ha senso confrontare i risultati riportati in test diversi impiegando come confronto i punteggi grezzi in quanto questi esprimono situazioni diverse.
- Per effettuare un confronto e' necessario che i punteggi grezzi vengano trasformati in punteggi **standardizzati cioè sulla stessa scala di misura.**
- **Si impiega come scala di misura σ**
- Tra i piu' importanti punteggi standardizzati sono **i punti Z, i punti T, la distribuzione pentenaria**



LA DISTRIBUZIONE PENTENARIA

- I punteggi grezzi vengono divisi, in cinque fasce che esprimono posizione di ordine crescente, utilizzando la media come punto di riferimento e come intervallo di distribuzione il σ .
- Tali fasce possono equipararsi a cinque livelli valutativi : insufficiente , mediocre, sufficiente, buono , ottimo

Fascia A: $Media + 2xSigma < Punti$

Fascia B: $Media + Sigma < Punti \leq Media + 2xSigma$

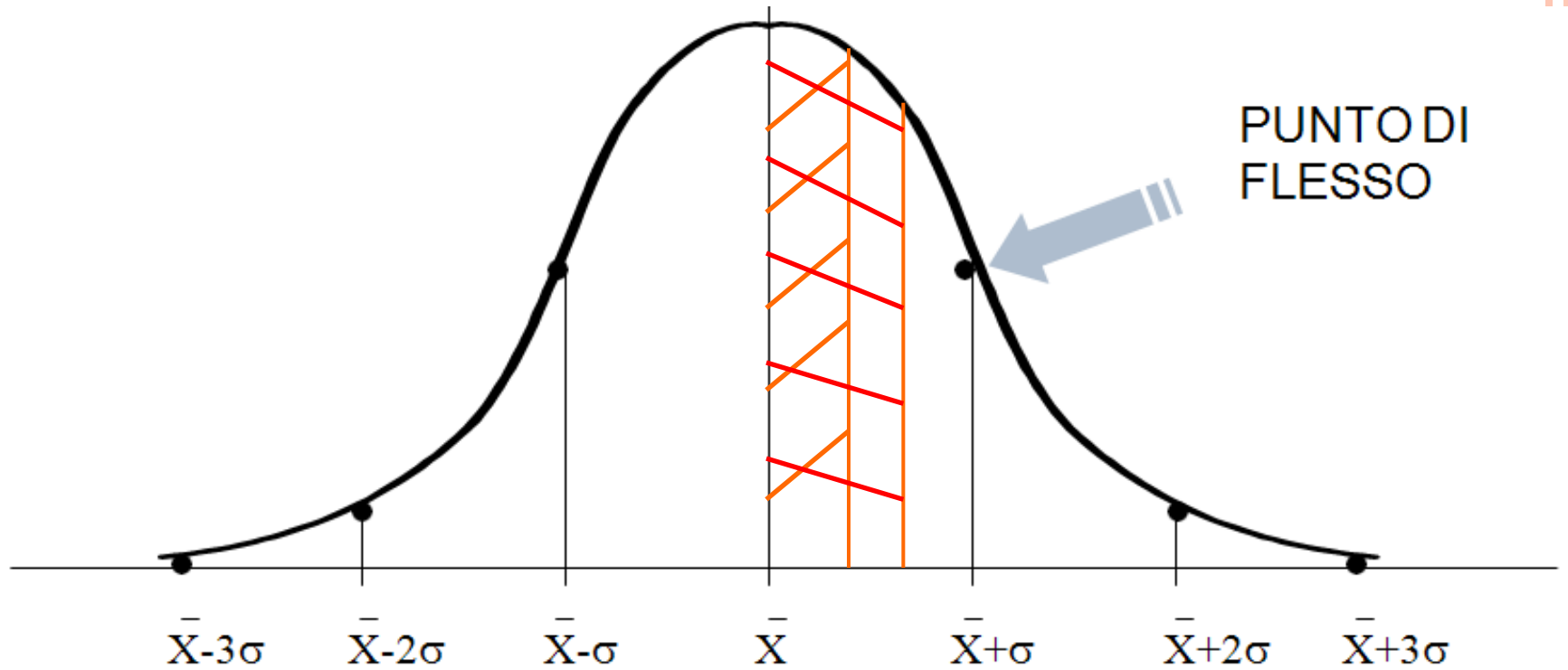
Fascia C: $Media - Sigma \leq Punti \leq Media + Sigma$

Fascia D: $Media - 2xSigma \leq Punti < Media - Sigma$

Fascia E: $Punti < Media - 2x Sigma$



LA DISTRIBUZIONE PENTENARIA



LA DISTRIBUZIONE PENTENARIA

Se la distribuzione si avvicina alla gaussiana la prova ha una sua validita' intrinseca nel rilevare le differenziazioni di prestazioni

Se si rilevano asimmetrie positive o negative (moda inferiore o superiore alla media) la prova puo' essere stata difficile, con molti studenti che hanno avuto difficolta' nel rispondere, o facile con molti allievi che hanno conseguito un punteggio alto.

Se si riscontrano distribuzioni bimodali si deve considerare che nel gruppo c'e' una forte differenziazione, che il docente deve esaminare e valutare.



I PUNTI Z, PUNTIT

$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

- Permettono di compiere un confronto fra punteggi riportati in tempi diversi, in prove diverse da uno stesso allievo o allievi diversi.
- A differenza della pentenaria che include in una fascia un intervallo di punteggi grezzi, I punti Z e T connotano ciascuno dei punteggi grezzi



I PUNTI Z, PUNTIT

- I punteggi Z sono dati dal rapporto tra la differenza del punteggio dalla media e il valore della deviazione standard

$$z = \frac{X - \bar{X}}{\sigma}$$

- I punti Z indicano a che distanza dalla media , distanza misurata intermini di deviazioni standard, si situa un certo punteggio grezzo
- Alla migliore prestazione corrisponde il piu'alto punteggio Z
- Assumono anche valori negativi che non giovano sul piano della motivazione degli allievi verso il compito di apprendimento



PROPRIETÀ DEI PUNTI Z

- La distribuzione dei punteggi standardizzati ha sempre $MEDIA=0$ e $Deviazione\ Standard=1$
- L'aspetto fondamentale è il segno:
- Un punto z negativo indica che il punteggio si trova sotto la media;
- Un punto $z=0$ significa che il punteggio coincide con la media;
- Un punto z positivo indica che il punteggio è maggiore della media.



I PUNTI Z, PUNTI T

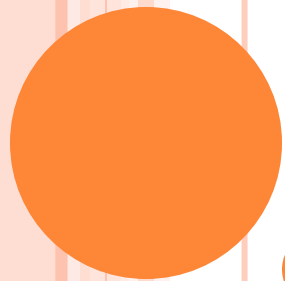
- Per ovviare a questo si può compiere il confronto attraverso i punti T
- Per tradurre i punti Z in voto decimale si utilizza il punto T dato dalla seguente uguaglianza:
- $T = md + Z$

T: voto in decimi

- Md voto medio di accettabilità attribuito dal docente in base alla classe e alla difficoltà della prova.

Dai voti si costruisce una tabella delle frequenze che graficamente da origine ad una curva confrontabile con una gaussiana





VALUTAZIONE ESTERNA

Esempi di prove INVALSI e OCSE PISA

ESEMPI INVALSI: RISPOSTA CHIUSA

- **A una conferenza sono presenti 90 persone. Le donne sono 14 più degli uomini.**

Quanti sono gli uomini?

- **A. 59**
- **B. 38**
- **C. 31**
- **D. 76**



ANALISI

- **AMBITO PREVALENTE**

- **Numeri**

- **SCOPO DELLA DOMANDA**

- Risolvere un problema lineare.

- **Linee Guida e *Indicazioni*** nazionali

Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

- Le operazioni con i numeri interi e razionali

Le operazioni con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati.

- Operare con i numeri interi e razionali

Operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati.

- Calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.

- **TRAGUARDO**

- **DIMENSIONE**

- Risolvere problemi



ESEMPI INVALSI: RISPOSTA APERTA

- **Un sacchetto di caramelle contiene 15 caramelle alla menta e 25 caramelle al limone.**
- **Con 100 caramelle alla menta e 180 caramelle al limone, qual è il numero massimo di sacchetti con la stessa composizione del precedente che si possono riempire?**



ANALISI

- **AMBITO PREVALENTE**

- Numeri

- **SCOPO DELLA DOMANDA**

- Risolvere un semplice problema di massimo vincolato.

- **Linee Guida e Indicazioni nazionali**

- Le operazioni con i numeri interi e razionali.

- Operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati.

- Calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.

- **TRAGUARDO**

- Riconosce e risolve problemi in contesti diversi

- valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

- **DIMENSIONE**

- Risolvere problemi



ESEMPIO OCSE PISA: IL LAMPIONE

Il consiglio comunale ha deciso di mettere un lampione in un piccolo parco triangolare in modo che l'intero parco sia illuminato. Dove dovrebbe essere collocato il lampione?

Idea chiave : Spazio e forma

Cambiamento e relazioni

Rappresentiamo il parco come un triangolo e l'illuminazione di un lampione come un cerchio con il lampione posto al centro. Il problema sembra risolto determinando il centro del cerchio circoscritto al triangolo.



ESEMPIO: IL LAMPIONE

Se il triangolo fosse rettangolo il lampione sarebbe posizionato nel punto medio dell'ipotenusa e se il triangolo fosse ottusangolo il lampione sarebbe al di fuori del parco. Queste due situazioni non sono accettabili considerando il problema reale.

Poiché il centro di un cerchio circoscritto a un triangolo giace nel punto di incontro degli assi dei lati del triangolo, occorre costruire gli assi di due lati del triangolo. Il loro punto di intersezione (circocentro) è il centro del cerchio.



ESEMPIO IL LAMPIONE

Conoscenze:

- asse del segmento come luogo geometrico
- circocentro di un triangolo

Abilità :

- individuare le proprietà delle figure geometriche e riconoscerle in situazioni concrete
- disegnare gli assi di un triangolo

Competenze:

- individuare la strategia appropriata per la soluzione del problema
- Analizzare figure geometriche

