



MODELLO DI ANALISI DELLE SITUAZIONI DIDATTICHE

Metodi e tecnologie nell'insegnamento della
Matematica

Percorso 24 CFU per l'ammissione ai FIT

Insegnamento - Apprendimento

<<... vorremmo che per quel che riguarda la matematica l'accento battesse non tanto su "l'insegnamento" quanto su "l'apprendimento", non tanto sulle nostre esperienze quanto su quelle dei ragazzi, in pratica che ci si spostasse dal nostro mondo al loro mondo...>>

(Z.P. Dienes, Costruiamo la matematica, O.S. Firenze, 1967)

Insegnamento - Apprendimento

Secondo Dienes l'obiettivo principale dell'insegnamento di matematica non è tanto quello di far apprendere determinati contenuti, quanto piuttosto quello di realizzare un ambiente che permetta agli alunni di acquisire un atteggiamento di ricerca, per arrivare alla scoperta e costruzione personale dei risultati matematici.

A tale scopo si dovrebbe fare in modo di valorizzare il più possibile l'esperienza degli alunni, proponendo loro situazioni che richiedano una attiva manipolazione (fisica o intellettuale) fino ad arrivare alla elaborazione di possibili soluzioni.

Insegnare

- «Il maestro non causa il lume intellettuale del discepolo, né direttamente le specie intellegibili, ma con il suo insegnamento stimola il discepolo perché, applicando la capacità del proprio intelletto, formi i concetti dei quali, dal di fuori, offre i segni»
- «... il maestro, nei riguardi del discepolo, non fa altro che proporgli dei segni o indicargli qualcosa con parole o gesti»
- «L'insegnante esercita una funzione esteriore, come il medico che risana; e come la natura interiore è la principale causa della guarigione, così il lume interiore dell'intelletto è la principale causa del sapere»

(San Tommaso D'Aquino 1225-1274)

Insegnare

«Il termine insegnare può essere fatto derivare dall'espressione latina *in signo ponere*, cioè rappresentare le conoscenze attraverso un sistema di segni adeguato.

“Insegnare” significa, anche in latino, indicare, fare segno. L'azione di insegnamento può essere vista, quindi, come azione che mira a rendere sensibili, percepibili le conoscenze, le competenze, i valori che si intendono proporre all'azione di apprendimento degli allievi»

(“Progettazione didattica”, M. Pellerey, SEI, Torino, 1998, pag. 14)

Insegnare

«... il ruolo più importante e specifico dell'insegnante nelle classi del giorno d'oggi è ancora quello di sovrintendere alle **attività di apprendimento**.»

(D. P. Ausbel, Educazione e Processi Cognitivi, Franco Angeli, Milano 1998, pagg. 581-582)

Apprendimento

Tre forme di apprendimento

- *Apprendimento cognitivo* (acquisizione delle conoscenze)
- *Apprendimento emotivo* (il mutamento di emozioni o sentimenti)
- *Apprendimento psicomotorio* (il miglioramento nelle attività fisiche o motorie o nelle prestazioni)

Apprendimento significativo

L'apprendimento significativo:

- Si verifica quando chi apprende decide di mettere in relazione delle nuove informazioni con le conoscenze che già possiede

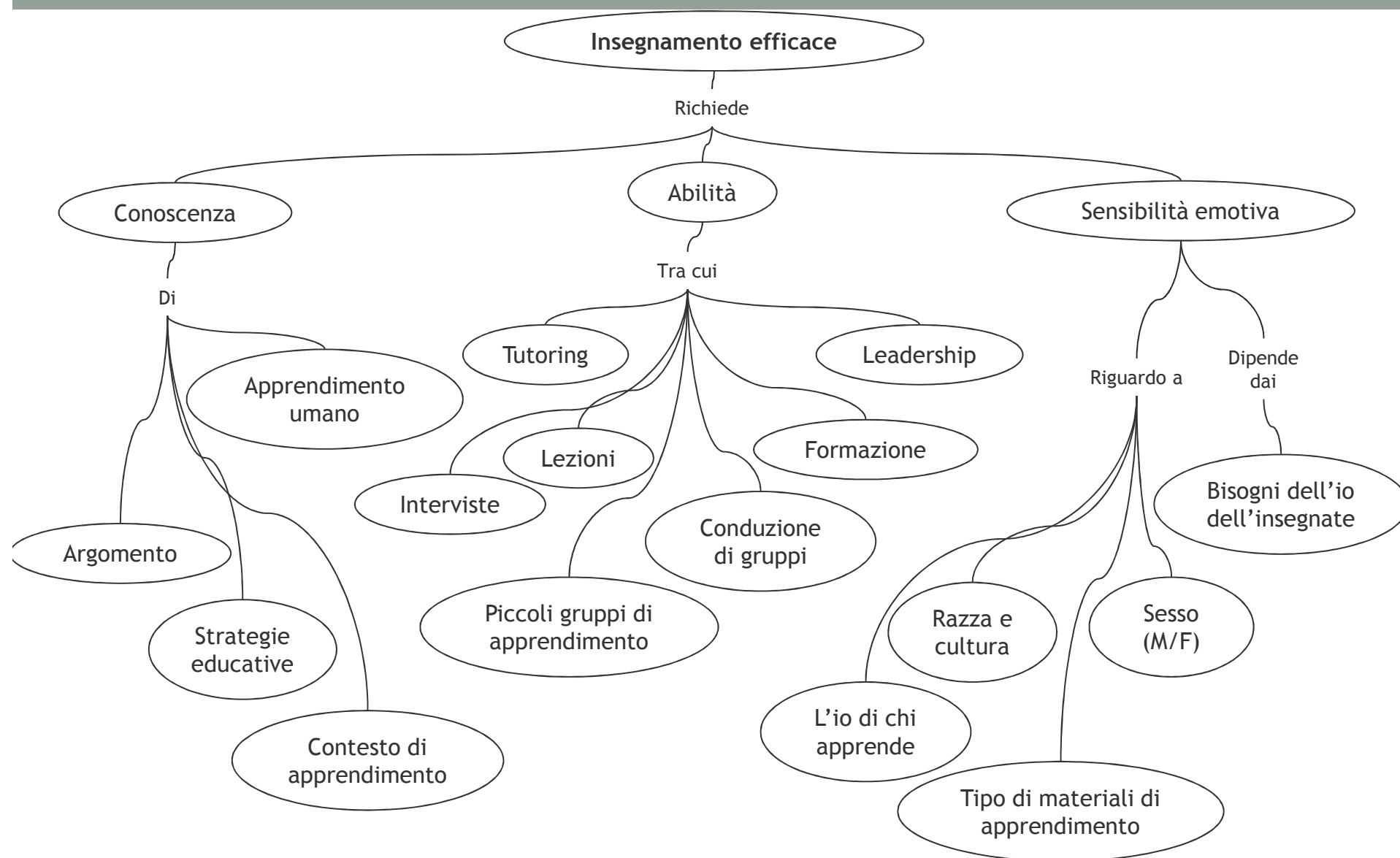
L'apprendimento meccanico:

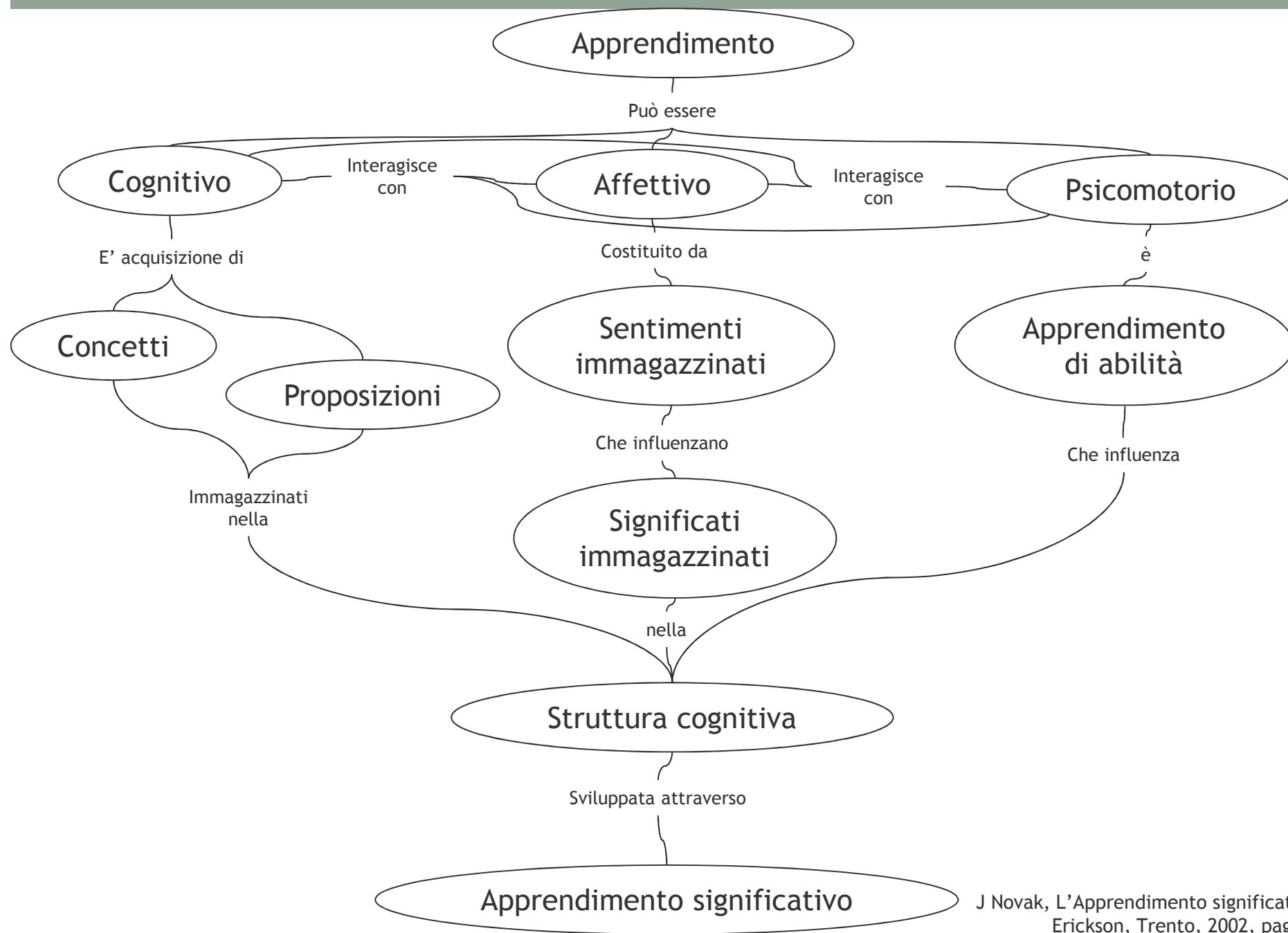
- Avviene quando chi apprende memorizza le nuove informazioni senza collegarle alle conoscenze precedenti.

Apprendimento significativo

L'apprendimento significativo richiede:

- *Conoscenze precedenti*: l'alunno deve possedere già delle informazioni da mettere in relazione con quelle nuove, perché queste possano essere apprese in maniera approfondita
- *Materiale significativo*: le conoscenze da apprendere devono essere rilevanti in rapporto ad altre e devono contenere concetti e proposizioni significativi
- *Che l'alunno scelga di apprendere in modo significativo*, ovvero deve decidere consapevolmente di mettere in relazione, in modo non superficiale, le nuove conoscenze con quelle già in suo possesso





L'apprendimento scolastico

L'apprendimento scolastico è un processo complesso il cui esito è una risultante, non del completamente prevedibile, di molti fattori interagenti:

- Cognitivi
- Affettivi
- Socio-culturali
- Esperenziali
- Didattici
- Organizzativi

I fattori nell'apprendimento scolastico

- **Cognitivi:**
 - Attitudini intellettuali;
 - Processi;
 - Strategie.
- **Affettivi:**
 - Emozioni;
 - Atteggiamenti;
 - Motivazioni;
 - Attribuzioni;
 - Fiducia in se stessi.
- **Socio-culturali:**
 - Simboli, rituali, significati condivisi;
 - Supporto familiare o di rete;
 - Linguaggio.
- **Esperenziali:**
 - Conoscenza pregresse;
 - Ricchezza di connessioni.
- **Didattici:**
 - Strategie educative;
 - Organizzazione del curriculum;
 - Criteri di valutazione;
 - Messaggi impliciti su apprendimento.
- **Organizzativi:**
 - Aule e spazi;
 - Setting;
 - Materiali significativi

E l'insegnante?

È illusorio pensare che gli insegnanti possano intervenire su tutti questi elementi, ma su alcuni di essi hanno ampie possibilità e il dovere professionale di farlo.

Una visione non sistemica di un processo per sua natura multifattoriale impedisce, di fatto, un reale intervento su di esso.

L'insegnante come specialista

<<Gli insegnanti sono gli “specialisti” della conoscenza delle pratiche di classe e dei loro esiti. Tale conoscenza manca a coloro che “conducono in seconda posizione” e che credono di poter dirigere il lavoro degli insegnanti senza avere niente da imparare. L'analisi delle pratiche scolastiche è anche alla base di ogni conoscenza scientifica della didattica.

Dunque, che si tratti di concepire dei dispositivi di insegnamento (ingegneria didattica) e di condurre o osservare delle sequenze di insegnamento, bisogna analizzarli con gli stessi strumenti teorici e tecnici.

Le domande restano le stesse: *perché gli alunni dovrebbero fare o hanno fatto ciò che si aspettava da loro? Oppure perché dovrebbero fare o hanno fatto altre cose?>>*

Non dare “ricette”

<<Non si tratta dunque di dare ai futuri docenti delle ricette già fatte: le migliori situazioni variano in base ad ogni conoscenza da insegnare e queste ultime sono troppe numerose e varie per poterle insegnare tutte.

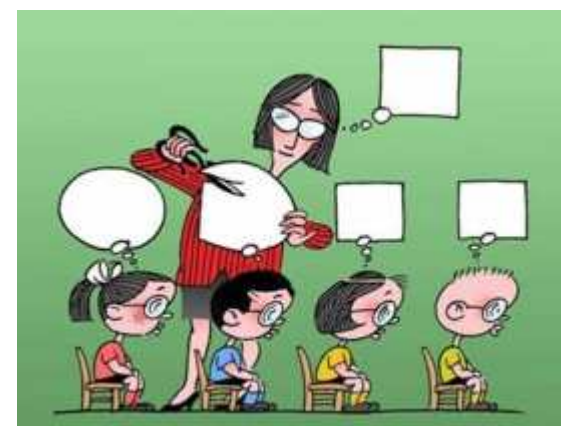
Bisogna insegnare ai giovani professori come completare autonomamente ciò che la scienza e l'esperienza ha potuto trasmettere loro come sviluppare, progettare, adattare e condurre delle situazioni appropriate, grazie all'osservazione, la riflessione e l'analisi.

Bisogna fornire agli insegnanti le conoscenze scientifiche e le situazioni comprovate ma anche sviluppare le loro capacità di osservazione e di analisi>>

Modelli di insegnamento

Il modello trasmissivo

- **Attività principale degli allievi**
 - Ascoltare e essere attenti;
 - Non c'è attività di ricerca da parte degli allievi.
- **Ruolo principale dell'insegnante**
 - Comunicare o mostrare il sapere
- **Ruolo degli errori**
 - Gli errori sono manchevolezze;
 - Devono essere evitati soprattutto per guadagnare tempo.
- **Posizione del sapere**
 - Il sapere viene trasmesso dall'insegnante
- **Chi controlla la posizione degli allievi?**
 - L'insegnante



Modelli di insegnamento

Il modello behaviorista o comportamentista

- **Attività principale degli allievi**
 - Risolvere una successione di attività guidate dall'insegnante, orali o scritte (schede)
- **Ruolo principale dell'insegnante**
 - Aiutare l'allievo a risolvere i compiti proposti appianando le difficoltà.
 - Istituzionalizzare le conoscenze
- **Ruolo degli errori**
 - Gli errori sono manchevolezze;
 - Devono essere evitati perché lasciano tracce indelebili.
- **Posizione del sapere**
 - Il sapere viene scoperto dall'allievo
- **Chi controlla la posizione degli allievi?**
 - L'insegnante



Modelli di insegnamento

Il modello socio-costruttivista

- **Attività principale degli allievi**
 - Risolvere una situazione problema.
 - L'allievo deve assumere la responsabilità del problema e valicare la propria produzione
- **Ruolo principale dell'insegnante**
 - Assicurare la consegna del problema alla classe.
 - Animare la fase del confronto dei risultati.
 - Istituzionalizzare delle conoscenze
- **Ruolo degli errori**
 - La presa di coscienza e il superamento di certi errori sono essenziali per l'acquisizione di concetti.
 - Così certi errori sono provocati volontariamente, in modo che gli allievi possano superarli dopo averli riconosciuti come errori.
- **Posizione del sapere**
 - Il sapere viene costruito dall'allievo
- **Chi controlla la posizione degli allievi?**
 - L'allievo



Modello di **Analisi** delle **Situazioni Didattiche**

Il **Modello di Analisi delle Situazioni Didattiche (MASD)** si propone come oggetto di studio l'analisi dei processi di insegnamento - apprendimento che si manifestano nelle concrete attività scolastiche, che sono sempre caratterizzati da alcune *regolarità*.

Modello di Analisi delle Situazioni Didattiche

Alla base del MASD vi è l'ipotesi che esistono regolarità nel funzionamento del processo d'insegnamento - apprendimento in una situazione scolastica.

Ciò implica che si possono identificare dei fatti che, studiati e analizzati, vanno a costituire fenomeni specifici del *sistema didattico* in quanto "*sistema*".

La visione sistemica di questi fenomeni consente di analizzare le attività didattiche in termini di *situazione didattica*.

Modello di Analisi delle Situazioni Didattiche

Il MASD ha come riferimento fondamentale la *teoria delle situazioni didattiche* di Brousseau (1986) e la *teoria della trasposizione didattica* di Chevallard (1985).

Il MASD *non fornisce un modello per l'insegnamento di un sapere* ma produce un campo di problemi o questioni che deve consentire di:

- mettere in discussione (capire come funziona) una qualunque attività didattica;
- correggere o migliorare le attività di insegnamento prodotte;
- porre domande su ciò che succede in classe, in quanto specifico del processo d'insegnamento/apprendimento di un sapere, e individuarne le risposte.

Modello di **Analisi delle Situazioni Didattiche**

Questo modello si basa su due ipotesi:

- ***Ipotesi psicologica*** (apprendimento per adattamento):
 - il soggetto apprende adattandosi (assimilazione e accomodamento) ad un ***ambiente*** che è produttore di contraddizioni, di difficoltà, di squilibri.
- ***Ipotesi didattica*** (ambiente per l'apprendimento):
 - il soggetto apprende un sapere specifico solo se l'ambiente è opportunamente e volutamente organizzato da un punto di vista didattico.

Ipotesi psicologica

Il processo di apprendimento in situazione scolastica, sebbene condizionato da un insieme di vincoli, è un processo di costruzione di saperi, la cui significatività è data:

- dalla qualità e dalla ricchezza delle interazioni sociali che avvengono nell'ambiente stesso di apprendimento
- dal modo in cui il soggetto che apprende supera le difficoltà o gli ostacoli e riorganizza le conoscenze pregresse.

Questo approccio rimanda ad un modello teorico sui processi di apprendimento di tipo costruttivista.

Socio-costruttivismo

Nella teoria del Socio-costruttivismo l'apprendimento è il risultato di un continuo processo di elaborazione e di rielaborazione personale, sulla base del sapere posseduto, delle informazioni provenienti dal mondo esterno. In questa teoria, l'esperienza del soggetto che apprende è fondamentale.

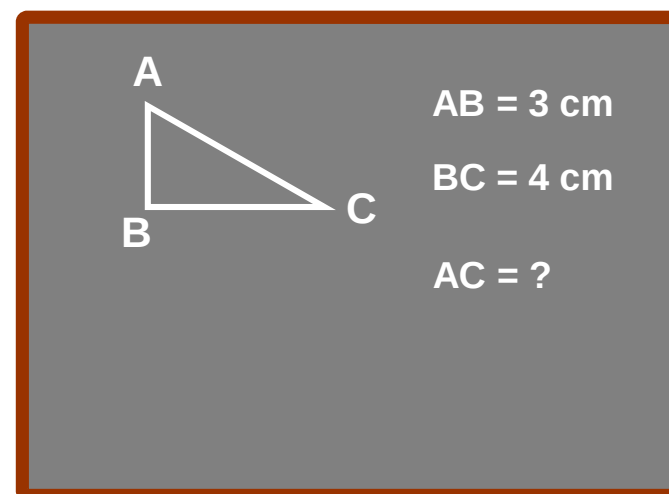
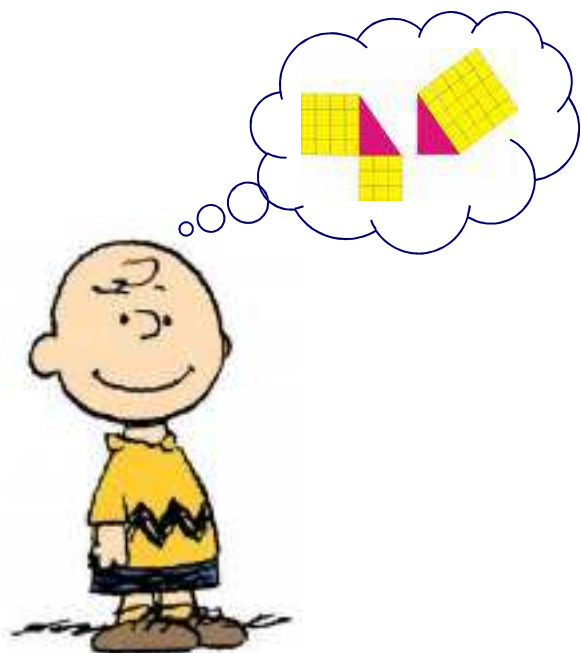
I principi di base del costruttivismo sono:

- *L'azione*
- *Il riequilibrio*
- *Le rappresentazioni*
- *I conflitti*

Azione

L'azione è qui intesa nel suo significato più ampio, come punto chiave dell'apprendimento: *facendo si impara*.

L'azione è vista anche come immaginare di fare qualcosa: *pensiero come azione interiorizzata*.



Riequilibrio

La conoscenza passa da uno stato di equilibrio ad un altro attraverso fasi transitorie in cui le conoscenze precedenti vengono messe in crisi.

Si determina sempre una rottura di un equilibrio precedente, una integrazione delle vecchie conoscenze con le nuove e una successiva riorganizzazione.



Rappresentazioni

Le rappresentazioni mentali e i concetti spontanei sono l'effetto dell'applicazione di precedenti apprendimenti che hanno prodotto nella nostra mente conoscenze solide, utili e stabili. Queste divengono via via automatismi che possono essere di ostacolo all'apprendimento di concetti ulteriori. (AUSUBEL).

Nel contesto scolastico, si possono avere ostacoli di diverso tipo:

- **didattico**, legato alle modalità di *trasposizione didattica* del sapere da parte dell'insegnante (riferimento stereotipato ai programmi e ai libri di testo);
- **cognitivo**, legato alle *credenze* dell'insegnante e alle concezioni, agli stereotipi dell'insegnante e dell'alunno;
- **epistemologico**, legato sia allo sviluppo storico del sapere sia alle modalità di acquisizione dello stesso concetto da parte di un soggetto.

Secondo Brousseau "... colui che lo ha incontrato e superato [ostacolo epistemologico] ha una conoscenza diversa rispetto a colui che non si è scontrato con quello ostacolo".

Conflitti

I conflitti

- Sono alla base dell'apprendimento dei concetti
- Nascono nel momento della messa in crisi delle vecchie conoscenze al sopraggiungere delle nuove.

Per acquisire nuove conoscenze è necessario

- “*Andare contro*” le idee, i preconconcetti, i misconconcetti, gli stereotipi posseduti
- Interagire con *l'ambiente*, che assicura il senso della conoscenza che si va costruendo e che impone un continuo manifestarsi di “rotture cognitive”, cioè di rimessa in discussione del vecchio sapere.

Un primo esempio di conflitto

Dati due numeri 1,17 e 1,3 l'insegnante chiede quale è il più grande, spesso la risposta è $1,3 < 1,17$. Questo perché questi due numeri vengono considerati nella loro totalità senza tenere conto della virgola, ed essendo $3 < 17$ la risposta è per l'alunno ovvia.

L'errore è causato da una forte influenza del modello dei numeri naturali che viene appreso presto e diviene spontaneo.

È difficile capire come da un numero quale 3 ottenerne uno più piccolo per moltiplicazione:

$$3 \times 0,15 = 0,45 \text{ e } 3 > 0,45$$

e così per ogni numero naturale che lo si moltiplica per un numero compreso tra 0 e 1.

Il concetto di numero decimale viene costruito "contro" quello di numero naturale

Un secondo esempio di conflitto

La seguente somma sbagliata illustra un errore assai comune nell'addizionare le frazioni

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{4}{7}$$

L'errore consiste nel vedere il problema come due addizioni:

prima si somma i numeratori $1 + 3 = 4$ e poi si somma i denominatori $2 + 5 = 7$.

È la cosa più logica da fare dal punto di vista simbolico.

È anche aritmeticamente giusto se si pensa (scorrettamente) che sommare le frazioni è come combinare delle proporzioni: se ci sono 2 persone di cui 1 è donna, e poi 5 persone, di cui 3 sono donne, alla fine si hanno 7 persone di cui 4 sono donne

Ipotesi didattica

Perché un soggetto acquisisca una determinata conoscenza, occorre creare un **ambiente** con intenzioni didattiche, cioè volutamente organizzato per insegnare un sapere.

L'insegnante, mediante una accurata progettazione di attività didattiche, provoca negli alunni gli "adattamenti" necessari, che rendono possibile l'apprendimento.

L'insegnante ha come compito non quello di ottenere dagli alunni che essi apprendano, quanto di fare in modo che essi *possano apprendere*. "Egli ha per scopo non la presa in carico dell'apprendimento - fatto che sta fuori del suo potere - ma la *presa in carico della creazione delle possibilità dell'apprendimento*." (Chevallard, 1986).

Il compito istituzionale dell'insegnante non si esaurisce qui; la conoscenza costruita deve diventare sapere riconoscibile come **sapere** matematico e deve essere oggetto di valutazione.

Trasposizione didattica

Il processo generale di trasformazione che permette di passare dal sapere sapiente al sapere insegnato è stato denominato “**trasposizione didattica**” da Chevallard che per primo ne ha fatto l’analisi in didattica.

La *trasposizione didattica* è un processo che trasforma il “sapere sapiente”, i saperi delle discipline elaborati dalla comunità scientifica, in sapere insegnato.

Un *sapere sapiente* è trasformato in *sapere da insegnare* e diventa cioè *sapere insegnabile* se:

- Ha una *legittimità epistemologica*;
- Può essere *articolato in sequenza*;
- Può essere misurabile il suo apprendimento.

Trasposizione didattica

Yves Chevallard (1985) distingue a questo proposito tre tipi di sapere:

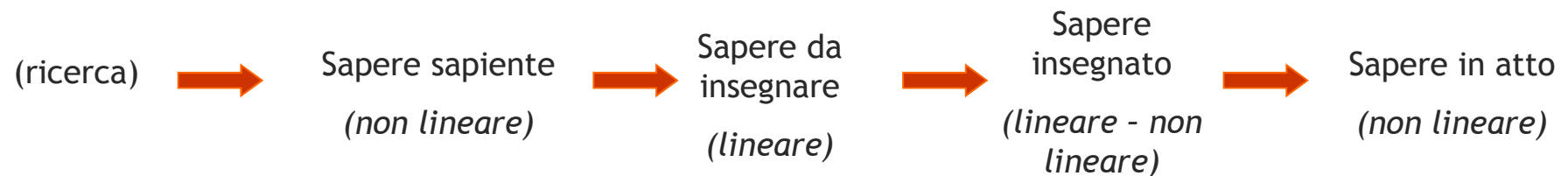
- ***sapere sapiente*** (oggetto di sapere);
- ***sapere da insegnare*** (oggetto da insegnare);
- ***sapere insegnato*** (oggetto di insegnamento).

Trasposizione didattica

La *trasposizione didattica* è una teoria che mette in evidenza due punti fondamentali:

- Il problema della legittimazione degli oggetti del sapere insegnato;
- L'esistenza di uno scarto tra il sapere insegnato e i riferimenti che lo legittimano (sapere da insegnare). Lo scarto è dovuto ai diversi vincoli che pesano sul funzionamento del sistema didattico.

Il passaggio da un contenuto di sapere determinato a una versione didattica di questo stesso sapere è chiamato "trasposizione didattica", rappresentata dal seguente schema:



Trasposizione didattica

Primo anello della catena: ricerca $\Rightarrow$ sapere sapiente

Gli oggetti che costituiscono il sapere matematico sono prodotti dalla comunità matematica.

“Un ricercatore, per comunicare agli altri ricercatori ciò che pensa di aver trovato, lo trasforma:

- elimina prima di tutto ciò che si potrebbe chiamare “l’infanzia” della sua ricerca: le riflessioni inutili, gli errori, gli itinerari tortuosi, troppo lunghi, che portano perfino a dei vicoli ciechi. Sopprime ugualmente tutto ciò che attiene all’ordine delle motivazioni personali o a quello del suo punto di vista sul basamento ideologico della scienza. Noi designeremo l’insieme di queste soppressioni con il termine di “*depersonalizzazione*”;
- egli sopprime successivamente la storia anteriore (tentennamenti, false piste, ...) che lo ha condotto a tale ricerca, la distacca eventualmente dal problema particolare che voleva risolvere e cerca il contesto più generale nel quale il risultato è vero. E’ ciò che noi chiameremo con il termine di “*decontestualizzazione*”.

(G. Arsac, 1989)

Trasposizione didattica

Primo anello della catena: ricerca $\Rightarrow$ sapere sapiente

La **depersonalizzazione** e la **decontestualizzazione** sono due caratteristiche dell'oggetto di sapere, così come questo appare culturalmente, e si può dire che esse abbiano sia un effetto positivo che un effetto negativo sul processo successivo di trasposizione didattica:

- L'effetto positivo è quello di rendere il sapere pubblico, dunque utilizzabile e verificabile da chiunque, almeno da tutti i membri di una stessa comunità scientifica.
- L'effetto negativo è quello di far scomparire parzialmente o totalmente il contesto della ricerca e della scoperta, che diventano quindi misteriose e private di senso.

Trasposizione didattica

Secondo anello della catena: sapere sapiente ⇒ sapere da insegnare

Esiste un lavoro, essenziale, che precede quello dell'insegnante, nel quale quest'ultimo non ha influenza diretta in quanto solo insegnante.

Il sistema di insegnamento deve essere considerato come un sistema aperto, cioè avente interazione con l'ambiente sociale (in particolare con le famiglie e le comunità scientifiche) ed il suo funzionamento deve essere compatibile con questo ambiente sociale.

Yves Chevallard ha utilizzato il termine “*noosfera*” per designare l'insieme dei luoghi e delle istanze dove avvengono gli scambi tra il sistema di insegnamento ed il suo ambiente (rappresentato ad esempio da associazioni di specialisti e da commissioni di riflessione sull'insegnamento).

Trasposizione didattica

Secondo anello della catena: sapere sapiente ⇒ sapere da insegnare

Particolare e fondamentale compito della *noosfera* è quello di effettuare, nella trasposizione didattica, il passaggio dal sapere sapiente al sapere da insegnare.

Un doppio vincolo pesa sulla noosfera quando essa deve indicare un sapere come sapere da insegnare:

- “da una parte il sapere insegnato deve essere visto dai “sapienti” stessi come sufficientemente vicino al sapere sapiente...,
- d'altra parte il sapere insegnato deve apparire come sufficientemente lontano dal sapere dei “genitori”, cioè dal sapere banalizzato dalla società (e banalizzato soprattutto dalla scuola).”

(Y. Chevallard, 1985)

Trasposizione didattica

Terzo anello della catena: sapere da insegnare $\Rightarrow$ sapere insegnato

Perché il sapere diventi insegnabile è necessario che l'insegnante

- Trasformi l'articolazione in sequenza del *sapere da insegnare* dei programmi o dei manuali scolastici in percorsi didattici in cui viene determinato il *sapere insegnato*, che diventa *sapere insegnato in atto* nella “pratica” quotidiana in classe.
- Stabilisca quali sequenze del *sapere da insegnare* sono necessarie, funzionali ed epistemologicamente pertinenti all'apprendimento, sia rispetto al contenuto “nuovo” sia alle conoscenze rilevate nella classe reale.

La pratica didattica è fortemente determinata dalle ultime due fasi del processo di trasposizione didattica, istituzionalmente a carico dell'insegnante.

Trasposizione didattica

Gli elementi che definiscono il processo di trasposizione didattica, che modifica il sapere e il suo funzionamento, sono i seguenti:

Trasposizione	<i>sapere sapiente</i>	<i>sapere da insegnare</i>	<i>sapere insegnato</i>	<i>sapere in atto</i>
Funzionamento	<i>non lineare</i>	<i>lineare</i>	<i>lineare, non lineare</i>	<i>non lineare</i>

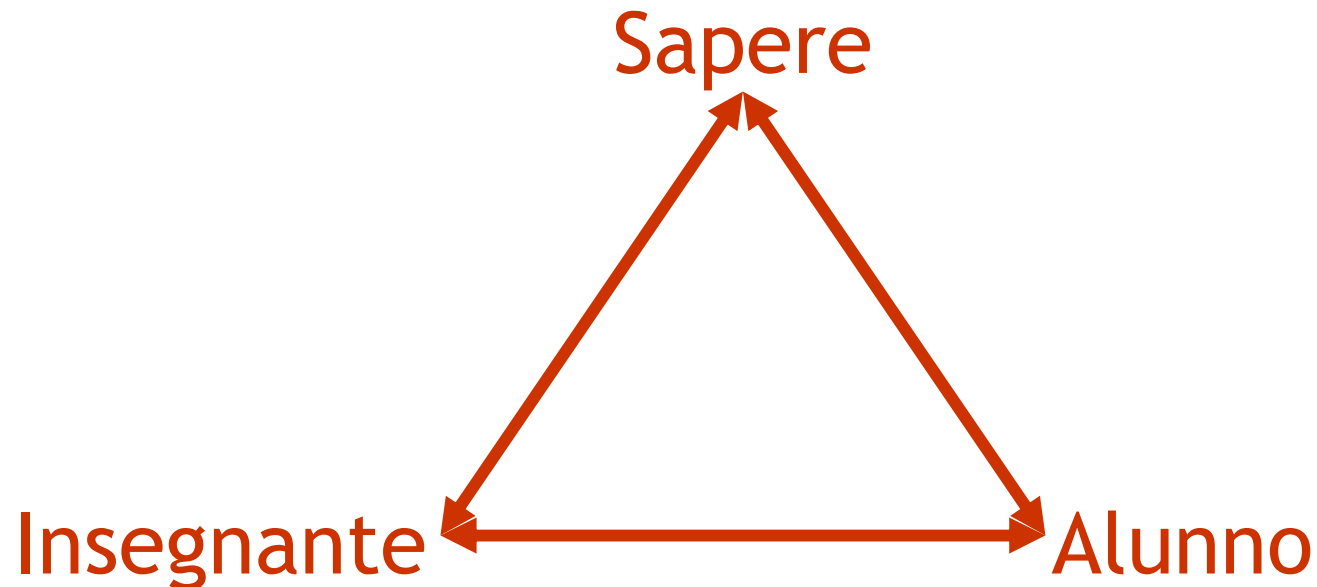
Teoria delle situazioni didattiche

La teoria delle situazioni didattiche

- Permette lo studio di regolarità, identificabili in fatti osservati ripetutamente, mediante l'individuazione, la descrizione e la previsione di fenomeni *specifici* del processo di costruzione di un sapere.
- Si occupa degli studi relativi alle mutue relazioni esistenti tra gli elementi del *sistema insegnante – alunno - sapere*, che sono considerati, secondo un approccio di teoria sistemica, elementi del *sistema didattico*.

Sistema didattico minimo

In tale teoria sistemica *Insegnante – Alunno – Sapere* sono considerati come elementi del *Sistema didattico minimo*.



I vincoli del sistema didattico minimo

Sui tre elementi (insegnante – alunno – sapere) pesano vincoli di natura diversa, intesi quali condizioni che influenzano (favoriscono e/o impediscono) l'apprendimento e l'insegnamento dei saperi.

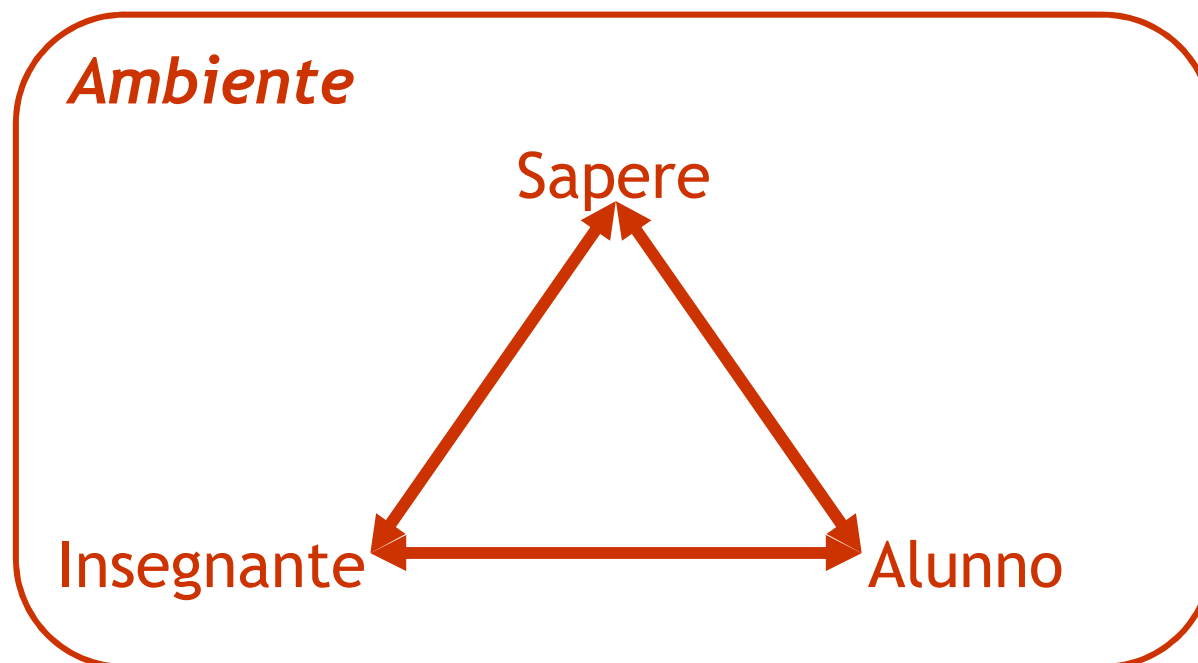
Tra tutti i vincoli, quelli a più alta probabilità di influenza sulle modalità di sviluppo della comunicazione insegnante – alunno – sapere:

- Il processo di trasformazione del sapere (Trasposizione Didattica);
- I tempi dell'apprendimento dei singoli allievi;
- I tempi dell'insegnamento;
- I contesti in cui si realizza l'insegnamento/apprendimento;
- La valutazione degli apprendimenti.

Sistema didattico

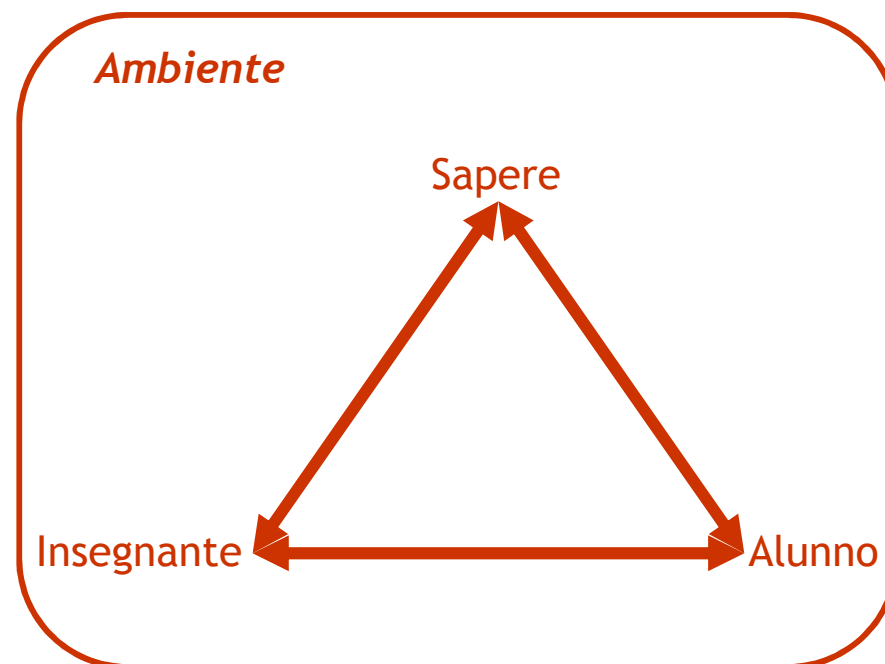
L'apprendimento a scuola è un apprendimento “artificiale”, che funziona sotto vincoli.

Tali vincoli portano a considerare un quarto elemento del sistema didattico minimo: *il mezzo o ambiente di apprendimento* (che favorisce/impedisce la circolazione del sapere).



Ambiente

La comprensione della situazione didattica ed in particolare dell'apprendimento dell'alunno, necessita del completamento del triangolo sapere – insegnante – alunno con un quarto elemento: l'ambiente, che in tutti i modelli costruttivisti è interpretato come sistema antagonista dell'alunno nella situazione didattica.



Ambiente

L'ambiente, introdotto da Brousseau, è inteso come l'insieme delle condizioni della situazione didattica che impediscono o favoriscono il processo di insegnamento/apprendimento.

Dal punto di vista disciplinare se si parla di "ambiente matematico" la parola matematica significa *ciò che è matematicamente pertinente nella situazione*.

Se nella predisposizione dell'ambiente si utilizza *materiale* (strutturato e non), questo non sarà considerato in tutta la sua complessità, ma solo per le caratteristiche strettamente legate all'ambiente per l'apprendimento da realizzare.

Ambiente

A proposito dell'apprendimento si possono formulare le due seguenti ipotesi:

1. l'apprendimento avviene per adattamento, come si può dedurre dalla teoria di Piaget: il soggetto apprende adattandosi (assimilazione – accomodamento) ad un ambiente che risulta produttore di contraddizioni, di difficoltà e di squilibri;
2. un ambiente senza intenzioni didattiche (cioè non volontariamente organizzato per insegnare un sapere) è insufficiente ad indurre, in un soggetto, la conoscenza che si auspica egli acquisisca.

L'insegnante deve dunque provocare negli alunni gli “adattamenti” desiderati attraverso una scelta adeguata di situazioni da proporre loro.

Si può dire che il “senso” di una conoscenza, per l'alunno, derivi essenzialmente dalle situazioni nelle quali quella stessa conoscenza interviene, o è intervenuta, come l'adattamento più opportuno.

Caratteristiche del sistema didattico

Il sistema didattico contiene in sé il progetto della sua estinzione

I (insegnante) deve, nel tempo definito dai programmi, insegnare S (sapere) e A (alunno) deve, nel tempo definito dai programmi, aver acquisito S

Il sistema didattico è aperto

È influenzato/influenza dall'/l'esterno (altri sistemi: Scuola, Ministero, Società,.....)

Il sapere

<<Un sapere non esiste "in vacuo", in un vuoto sociale: tutto il sapere appare, ad un momento dato, in una società data, come ancorato ad una o più istituzioni>>(Y. Chevalard, 1989)

Da ciò derivano le proposizioni:

- Ogni sapere è il sapere di una istituzione;
- Uno stesso sapere può vivere in diverse istituzioni;
- Un sapere, per poter vivere in una istituzione, è sottoposto a vincoli. Ciò comporta che esso si modifichi, in quanto, in caso contrario, "morirebbe" (perde di legittimazione).

Tutto ciò conduce a distinguere diverse pratiche relative ai saperi:

- *Produzione*
- *Utilizzazione*
- *Insegnamento*
- *Trasposizione*: trasformazione del sapere, che permette ad un sapere di vivere in una istituzione.

Sapere

In questo contesto, si distinguono tre tipologie di *sapere*:

Sapere sapiente: è il sapere contenuto nelle riviste di matematica, nei "testi sacri" e nei testi scientifici.

Sapere da insegnare: è il sapere sapiente "trasposto", contestualizzato per l'insegnamento nelle scuole. A questo scopo sono elaborati programmi, prodotti libri di testo e altro. E' proprio questa trasposizione a legittimare, nell'ambito scolastico, l'insegnamento di determinati contenuti del sapere sapiente per mezzo di un linguaggio opportunamente adattato.

Sapere insegnato: è il sapere che agisce nel sistema didattico. L'azione dell'insegnante (il suo linguaggio, il suo stile di insegnamento, le sue *credenze*...) e *l'ambiente* di apprendimento "trasformano" il sapere da insegnare contenuto nei programmi e nei libri di testo nel sapere insegnato.

Sapere sapiente

Il ricercatore per comunicare il sapere che ha prodotto, deve trasformarlo attuando:

- *una depersonalizzazione*, che gli permette di eliminare tutte le riflessioni inutili, gli errori, gli itinerari tortuosi, tutto ciò che attiene all'ordine delle motivazioni personali e ideologiche;
- *una decontestualizzazione*, che gli permette di eliminare tutta la storia che ha condotto a quel sapere, di allontanarsi dal problema particolare ricercando il contesto più generale nel quale esso è vero.

Questo lavoro ha:

- *un effetto positivo* che consiste nel rendere il sapere pubblico, dunque utilizzabile e verificabile da chiunque, almeno da tutti i membri della comunità scientifica;
- *un effetto negativo* che consiste nel far scomparire, parzialmente o totalmente, il contesto della scoperta che in tal modo diventa misteriosa, priva di senso.

Sapere da insegnare

Per essere insegnabile, cioè diventare oggetto da insegnare, un sapere deve soddisfare almeno due condizioni:

1. La possibilità di essere "momentaneamente" slegato da altri saperi, costruirsi in segmenti relativamente autonomi (capitoli, paragrafi, ecc.), in un processo di sequenzializzazione.
2. La possibilità di ricostruzione del senso del sapere a partire da tale sequenzializzazione.

Sapere insegnato

Dal sapere da insegnare al sapere insegnato, il processo di trasposizione didattica prosegue "a carico" dell'insegnante che

- *contestualizza il sapere da insegnare* come azione del "costruire un contesto" nel quale il sapere "funziona" come *soluzione del problema*. In quest'azione l'insegnante fa in modo che emergano i due aspetti *del sapere*.

- *Utilità del sapere* intesa come "applicazione" (interna o esterna alla disciplina), che risponde alla domanda "a cosa serve?".
- *Senso del sapere* inteso come funzionalità (interna o esterna alla disciplina), che risponde alla domanda "che cosa è?, a quali saperi è legato?".

In questa fase della trasposizione didattica è importante che i due aspetti, non riconducibili l'uno all'altro, si mantengano distinti.

- per ogni oggetto di insegnamento, innesca un *processo di devoluzione*.

Sapere insegnato in atto

Dal *sapere insegnato* al *sapere in atto*, il processo di trasposizione didattica prosegue "a carico" dell'insegnante che deve prevedere e gestire il funzionamento del sapere durante lo svolgimento dell'attività in classe.

L'apprendimento in situazione scolastica è un apprendimento che si mette in atto in condizioni "vincolate".

È il *sapere in atto* nella singola attività in classe *che determina la possibile genesi locale e personale della nuova conoscenza da parte dell'alunno*.

Esempio del funzionamento non isolato e non lineare del sapere in atto

Prima formulazione della consegna

Risolvi il problema

“Calcolare le misure della base e dell'altezza di un rettangolo sapendo che il perimetro è 46 cm e la base è $\frac{15}{31}$ dell'altezza”

Seconda formulazione della consegna

Risolvi il problema utilizzando il metodo più opportuno

“Calcolare le misure della base e dell'altezza di un rettangolo sapendo che il perimetro è 46 cm e la base è $\frac{15}{31}$ dell'altezza”

Esempio del funzionamento non isolato e non lineare del sapere in atto

Il problema può essere risolto facendo ricorso:

- Ad una rappresentazione grafica del rettangolo ed ad un ragionamento in termini di frazioni;

oppure

- All'impostazione di un sistema lineare in due equazioni in due incognite;

Esempio del funzionamento non isolato e non lineare del sapere in atto

La prima consegna può consentire il ricorso ad una strategia che non fa uso esplicito né del *sapere equazioni* né del *sapere sistema*.

La seconda restringe l'ambito della scelta fra le strategie possibili e induce implicitamente una strategia privilegiata richiedendo che il quesito sia risolto facendo ricorso all'impostazione di un *sistema lineare* in due equazioni in due incognite, da risolvere con *il metodo di sostituzione*, indotto dal testo stesso del quesito.

Insegnante

L'insegnante interviene soprattutto nel passaggio da sapere da insegnare a sapere insegnato.

“L'insegnante non ha come missione quella di ottenere degli alunni che apprendono, ma piuttosto quella di fare in modo che essi possano apprendere.

Egli ha come compito non la presa in carico dell'apprendimento (che rimane fuori dal suo potere) ma la presa in carico della creazione delle condizioni di possibilità dell'apprendimento”.

(Chevallard, 1986)

Insegnante

L'insegnante deve produrre una *ri-contestualizzazione* e una *ri-personalizzazione* del sapere da insegnare mediante una *trasposizione didattica*. Deve progettare, cioè, contesti pensati ad hoc, finalizzati all'apprendimento del sapere in oggetto.

Dal punto di vista dell'insegnante contestualizzare un sapere comporta due azioni distinte teoricamente ma in stretta interconnessione:

1. costruire una *situazione a-didattica*: identificare le variabili didattiche che mettono in gioco le strategie legate al sapere da insegnare;
2. innescare il processo di *devoluzione*.

Le attese reciproche di insegnante e alunno rispetto al sapere "regolano" il funzionamento di queste due azioni, il modello teorico dell'insieme di tali attese prende il nome di *Contratto didattico* relativo ad un sapere.

L'insegnante deve attuare in modo ricorrente e non necessariamente sequenziale, a seconda dello stato del sistema didattico, i processi di:

- *devoluzione*
- *istituzionalizzazione*
- *conclusione*

Insegnante

Devoluzione

In questa fase l'insegnante deve trasferire all'allievo la responsabilità di risolvere un problema e deve fare in modo che l'allievo decida di assumersi tale responsabilità.

L'insegnante, inizialmente, svolge un lavoro inverso rispetto a quello del ricercatore: egli, infatti, cerca di ricontestualizzare e ripersonalizzare il sapere da insegnare; inoltre propone dei problemi che diano senso alle conoscenze da insegnare, in modo che l'attività dell'alunno possa assomigliare a quella del ricercatore.

La modalità con cui si arriva alla conoscenza per l'alunno, deve avvicinarsi a quella con cui si arriva alla conoscenza nel sapere di riferimento, nel nostro caso la matematica.

Insegnante

Istituzionalizzazione

Nella fase di istituzionalizzazione l'insegnante riprende la sua posizione rispetto al sapere, riconoscendo la correttezza (adeguatezza) del prodotto degli alunni.

Anche se la fase di devoluzione ha funzionato nel migliore dei modi, nel momento in cui l'alunno ha trovato le soluzioni ai problemi posti, egli non sa che ha prodotto una conoscenza adeguata, da poter utilizzare in altre situazioni.

Per trasformare le risposte e le conoscenze degli alunni in sapere, gli stessi, con l'aiuto dell'insegnante, devono poter *ridecontestualizzare* e *ridepersonalizzare* la conoscenza che essi hanno prodotto, per poter riconoscere, nel loro lavoro, qualche cosa dotato di un carattere universale, un sapere culturale riutilizzabile in altre situazioni.

Alunno (soggetto che apprende)

Lo scopo dell'alunno è quello di apprendere; ciò non va inteso, però, come un semplice trasferimento di informazioni provenienti dall'insegnante verso l'alunno stesso. Il lavoro intellettuale dell'alunno deve essere paragonabile, in un certo senso, all'attività scientifica del ricercatore.

“Conoscere la matematica non significa solamente apprendere delle definizioni e dei teoremi, per riconoscere l'occasione di utilizzarli e di applicarli; sappiamo bene che fare della matematica implica che ci si occupi di problemi. Non si fa della matematica se non occupandosi di problemi, ma ci si dimentica a volte che risolvere un problema è solo una parte del lavoro; trovare delle buone questioni è importante tanto quanto trovare delle soluzioni. Una buona riproduzione di un'attività scientifica da parte dell'allievo esige che si tratti, che si formuli, che si provi, che si costruiscano dei modelli, dei linguaggi, dei concetti, delle teorie, che egli li scambi con altri, che riconosca quelli che sono conformi alla cultura, che egli prenda a prestito quelli che gli sono utili, etc. . Per rendere possibile una tale attività, il professore deve dunque immaginare e proporre agli allievi delle situazioni che essi possano vivere e nelle quali le conoscenze appaiano come la soluzione ottimale che si può scoprire attraverso i problemi posti”.

(Brousseau, 1986)

Alunno (soggetto che apprende)

Il soggetto che apprende è responsabile della costruzione del suo sapere e delle modalità del suo apprendimento.

L'alunno, interagendo costantemente con l'**ambiente**, sviluppa un rapporto con l'oggetto di conoscenza.

Il processo di costruzione del sapere in oggetto (formule, definizioni, concetti, linguaggi, leggi, ecc) si realizza come una risposta progressiva, personale e autonoma, alle numerose sollecitazioni provenienti dall'ambiente predisposto e non come risposta alle aspettative dell'insegnante.

L'intero processo avviene nell'ambito di un **contratto didattico**.

L'insegnante "esce fuori dal gioco", favorendo una **situazione a-didattica** nella quale è l'alunno a gestire il proprio processo di apprendimento. Questa è **la devoluzione**. La costruzione del sapere in situazione scolastica necessita anche di una fase di **istituzionalizzazione** in cui l'alunno ricontestualizza la conoscenza costruita in sapere appreso attribuendole un carattere di universalità.

Insegnante ↔ Alunno

In questa relazione entrano in gioco:

- la pedagogia dell'insegnante.
- il modo in cui l'allievo si rapporta all'insegnante.

Per mettere in evidenza la complessità delle relazioni tra insegnante ed alunno ed anche la difficoltà di un buon equilibrio all'interno del contratto didattico si possono sottolineare due “paradossi”, cioè due situazioni conflittuali che coesistono in classe, una relativa all'insegnante, l'altra all'alunno.

Sapere ↔ Alunno

In questa relazione entrano in gioco:

- il modo in cui l'allievo vede la disciplina oggetto di studio e che cosa si aspetta da essa;
- le sue conoscenze "extrascolastiche" spontanee, legate ad una particolare disciplina (anche in modo inconscio e/o indiretto: per esempio, *misconcetti*)
- il senso che nell'attività didattica (anche alla dimensione di 1 ora di lezione) egli attribuisce a ciò che gli viene chiesto di fare

Sapere ↔ Insegnare

In questa relazione entrano in gioco:

- *le credenze dell'insegnante;*
- *le conoscenze disciplinari;*
- *le conoscenze della didattica disciplinare:* per esempio la consapevolezza della congruenza/incongruenza tra quanto si realizza durante l'attività didattica e le condizioni previste nella progettazione. Tale consapevolezza favorisce il controllo (presa di decisioni) nello svolgimento dell'attività didattica.

Credenze dell'insegnante

Sono tutte le teorie, le idee, i preconcetti che si prendono per validi senza metterli in discussione.

Si possono così classificare:

- **Credenze disciplinari:** per esempio, in matematica il concetto di relazione è ritenuto come uno dei concetti portante ed unificante del sapere matematico e che permette di evidenziare l'importanza del contesto, degli oggetti con cui si opera e delle regole fissate di volta in volta.
- **Credenze didattiche:** certi argomenti sono trattati in un certo modo e secondo determinate precedenze. Per esempio, per alcuni vanno insegnati prima i numeri positivi e poi i numeri negativi, e che non devono essere insegnati a bambini troppo piccoli. Per altri, alcuni aspetti dei numeri negativi possono essere compresi anche da un bambino, infatti esistono problemi elementari che devono essere risolti utilizzando anche numeri negativi.
- **Credenze epistemologiche:** rappresentano il modo in cui l'insegnante conosce, vede e guarda la propria disciplina (cioè come la presenta, come la pensa, quale argomento preferisce).

È indispensabile per l'insegnante mettere in discussione le proprie credenze perché la chiarezza e la familiarità di un concetto posseduto possono impedire la comprensione del processo che ogni alunno deve attuare per arrivare a possedere il concetto stesso.

Paradossi

Il processo di insegnamento/apprendimento in situazione scolastica è caratterizzato da un doppio paradosso:

- *paradosso dell'atto di apprendimento* (per apprendere l'alunno deve accettare di rompere la relazione didattica ed entrare in relazione diretta con il sapere);
- *paradosso dell'atto di insegnamento* (se l'insegnante dice ciò che vuole ottenere, non può più ottenerlo)

Il doppio paradosso viene superato con la definizione della situazione *a-didattica*, che realizza una condizione particolare della relazione didattica.

Paradossi

Il paradosso dell'insegnante

L'insegnante deve fare in modo che l'alunno sia nella condizione di dare risposte adeguate, conformi al sapere da costruire. A questo scopo, se le risposte mancano o sono insoddisfacenti, egli aggiunge informazioni, fino ad ottenere le soluzioni più opportune. Ciò che è da sottolineare che: *“... tutto ciò che egli (l'insegnante) mette in opera perché l'alunno produca i comportamenti che egli si attende, tende a privare quest'ultimo delle condizioni necessarie alla comprensione e all'apprendimento della nozione a cui si mira: se il maestro dice ciò che egli vuole, non può più ottenerlo. Poiché l'alunno non ha dovuto effettuare né scelte, né tentativi di metodi, né modifiche delle sue conoscenze o delle sue convinzioni non ha dimostrato di aver appreso. Ne ha dato solo l'illusione.”*

(Brousseau, 1986)

Paradossi

Il paradosso dell'alunno

Si può riconoscere una situazione paradossale anche per l'alunno: *“...se egli accetta che [...] il maestro gli insegni i risultati, non li stabilisce da sé e dunque non li apprende [...]. Se, al contrario rifiuta tutte le informazioni del maestro, allora, la relazione didattica si rompe.*

Apprendere, implica, per lui, che egli accetti la relazione didattica ma che la consideri come provvisoria e si sforzi di rigettarla.”

(Brousseau, 1986)

Processo di devoluzione

Il superamento del doppio paradosso avviene, attraverso la realizzazione di un processo di *devoluzione*, in base al quale l'insegnante

- fa accettare (implicitamente) all'alunno la responsabilità di una situazione di apprendimento (*a-didattica*) o della soluzione di un problema;
- accetta egli stesso le conseguenze di questo transfert, che può comportare la comparsa di errori ripetuti o di saperi momentaneamente parzialmente corretti.

Si tratta di costruire un contesto nel quale il sapere "funziona" come soluzione ad un problema.

La creazione di un contesto ad hoc, nel quale si realizza il processo di *devoluzione*, è finalizzata alla realizzazione di un apprendimento significativo.

Situazioni didattiche

Una situazione didattica relativa ad un sapere è una situazione nella quale il sapere funziona come "soluzione ad un problema" a livelli diversi, non gerarchici: *formulazione, azione, validazione, istituzionalizzazione, strutturazione*.

Una Situazione Didattica può essere di tre tipi:

- *Situazione didattica*
- *Situazione a-didattica*
- *Situazione non didattica*

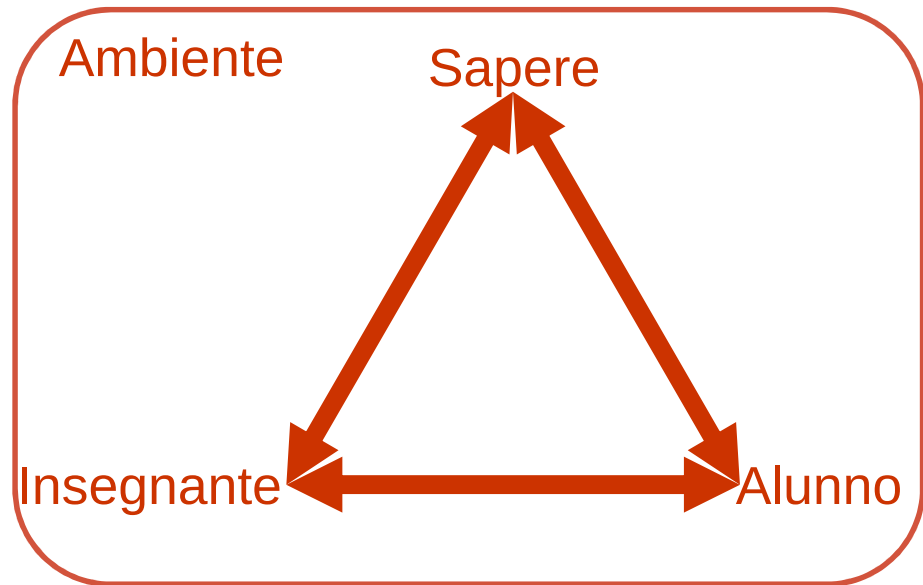
In ogni attività in classe è possibile identificare tante "situazioni didattiche" quanti sono i saperi in gioco.

L'insegnante e l'alunno non sono definiti in funzione di titoli particolari di natura istituzionale ma (come gli elementi di un sistema) in funzione delle loro posizioni reciproche rispetto ad un particolare "sapere" che è l'oggetto della relazione didattica in una situazione didattica.

Situazione didattica

Una situazione è *didattica*, relativamente ad un sapere s , se in tale situazione è introdotta una *relazione didattica* che attribuisce agli elementi insegnante (I) ed alunno (A) le posizioni di Insegnante e Alunno nei confronti di S .

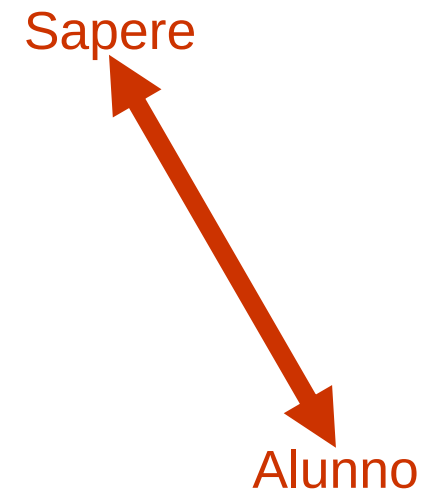
Hanno il carattere di *situazione didattica relativa a S* , tutte le situazioni di lavoro in classe nelle quali *l'insegnante si propone di insegnare S* e *l'alunno è tenuto ad apprendere S* .



Situazione non didattica

Una situazione è *non didattica*, relativamente ad un sapere *S* se tale situazione *non* è *esplicitamente* organizzata per permettere l'apprendimento di *S*.

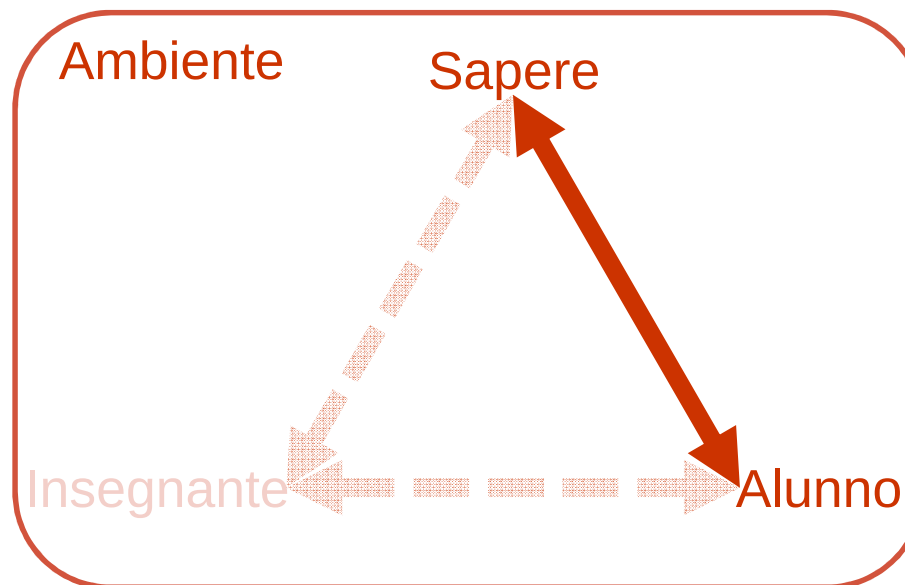
Esempio: A livello di scuola media inferiore, può considerarsi situazione non didattica quella relativa all'addizione entro i primi dieci numeri, perché questo sapere è oggetto di apprendimento nella scuola elementare e strumento nella scuola media inferiore.



Situazione a-didattica

Una situazione è *a-didattica*, relativamente ad un sapere *S*, se contiene le condizioni per poter essere vissuta dall'alunno indipendentemente dalle istanze didattiche (l'alunno lavora autonomamente in classe su un problema/situazione didattica progettata e proposta dall'insegnante, senza che siano resi espliciti i saperi da costruire).

Le *azioni* che l'alunno compie, le *risposte* e le *argomentazioni* che fornisce devono essere *funzione del suo rapporto* (non totalmente esplicito) con il sapere *S*, in quanto conoscenza da acquisire



Situazione a-didattica

Due ipotesi fondamentali a proposito dell'apprendimento:

- *ipotesi psicologica* (apprendimento per adattamento): il soggetto apprende adattandosi (assimilazione ed accomodamento) ad un ambiente produttore di contraddizioni, di difficoltà e di squilibri;
- *ipotesi didattica*: un ambiente senza intenzioni didattiche (cioè non volontariamente organizzato per insegnare un sapere) è insufficiente ad indurre in un soggetto tutte le conoscenze che la società desidera che egli acquisisca.

Compito dell'insegnante è provocare negli alunni gli adattamenti desiderati attraverso situazioni opportune.

L'insegnante non può farsi carico direttamente del processo di apprendimento ma deve creare le condizioni, in classe, perché gli alunni possano apprendere.

Situazione a-didattica

La situazione a–didattica è una situazione ideale di riferimento. In essa l'insegnante fa in modo che gli alunni costruiscano o modifichino le loro conoscenze non perché richiesto dall'insegnante ma in risposta ad esigenze reali.

In questa fase l'insegnante è in relazione privata con il sapere, mentre gli alunni sono in relazione, pubblica o privata, con lo stesso sapere.

Una tale situazione è una situazione nella quale ciò che si fa, ha un carattere di necessità in relazione a degli obblighi che non sono né arbitrari né didattici, ma sono relativi al sapere.

L'insegnante dovrebbe fare in modo che la risoluzione del problema diventi per l'alunno indipendente dal desiderio dell'insegnante stesso: la *devoluzione* che l'insegnante deve attuare, affinché l'alunno possa apprendere, è dunque necessaria per dare luogo ad una situazione a–didattica.

Situazione a-didattica

Nel contesto di questa situazione ideale, l'apprendimento nasce quindi da una modifica della conoscenza prodotta dall'alunno stesso: l'insegnante deve solo provocarla operando opportune scelte sui valori delle variabili delle situazioni, le variabili didattiche.

Vi sono delle fasi a-didattiche in tutto l'insegnamento, in generale fuori dal controllo dell'insegnante.

Situazione a-didattica

“In tutto l’insegnamento ci sono delle fasi a–didattiche. In effetti l’insegnante che dà un problema di matematica ai suoi alunni si aspetta che essi lo risolvano, almeno in parte, in quanto matematici.”

(Margolinas, 1989)

Brousseau (1986) caratterizza questa situazione nel modo seguente:

“L’allievo sa bene che il problema è stato scelto per fargli acquisire una conoscenza nuova ma deve sapere anche che questa conoscenza è interamente giustificata dalla logica interna della situazione e che può costruirla senza fare appello a delle ragioni didattiche”.

Situazione a-didattica

Analisi a priori

“L’analisi a priori di una situazione cerca di determinare se una situazione può essere vissuta come a–didattica dall’alunno. Si tratta di una ricerca di condizioni necessarie.”

(Margolinas, 1989)

Situazione a-didattica

Affinché una situazione possa essere vissuta come *a-didattica* devono essere soddisfatte almeno le seguenti *condizioni (necessarie ma non sufficienti)*:

- L'ambiente per l'apprendimento deve contenere le condizioni che fanno funzionare il sapere come soluzione ad un problema *indipendentemente dalle istanze didattiche*;
- Esiste una strategia di base che non è sufficiente per risolvere il problema, per superare la "difficoltà". Nel superamento delle difficoltà si costruisce la nuova conoscenza;
- Esistono le condizioni per un controllo del risultato ottenuto, cioè la situazione stessa deve consentire all'alunno di confermare la correttezza di ciò che ha ottenuto;
- L'insegnante può limitare i suoi interventi ad interventi *neutri* rispetto al sapere oggetto di apprendimento (devoluzione).

Tali condizioni, *trasparenti dal punto di vista dell'alunno*, devono esplicitarsi in un **"progetto di lavoro" che abbia senso per l'alunno** in modo tale che:

- Egli accetti di "rompere" la relazione didattica
- Egli possa, indipendentemente dall'insegnante, accedere al **controllo del risultato ottenuto**.

Situazione a-didattica

Altre condizioni perché una situazione possa essere vissuta come a-didattica sono le seguenti:

- Deve esserci incertezza da parte dell'alunno riguardo alle decisioni da prendere;
- L'ambiente deve permettere delle retroazioni, cioè devono essere possibili scambi con l'ambiente in modo che l'alunno possa recepirne l'influenza, ad esempio correggendo la sua azione, accettando o respingendo un'ipotesi, o scegliendo fra più soluzioni;
- La conoscenza a cui si mira deve essere logicamente richiesta per passare dalla strategia di base alla strategia oggetto di insegnamento.

Livelli di funzionamento del sapere

Si deve costruire un “contesto” nel quale il sapere da apprendere/da insegnare sia necessario alla determinazione della soluzione di un problema.

Tale sapere può intervenire nella risoluzione del problema a tre livelli distinti:

- *Azione*: l'attore fissa uno stato dell'ambiente o determina o limita le azioni di altri attori;
- *Comunicazione*: consiste nel modificare le conoscenze di un altro attore per mezzo di messaggi portatori di informazione;
- *Controllo*: si tende alla giustificazione o convalida culturale degli atti o dichiarazioni stabilite esplicitamente o implicitamente.

Livelli di una *situazione a-didattica*

I tre livelli, non gerarchici, interagiscono costantemente e a ciascuno di essi corrisponde una tipologia di situazione *a-didattica*, che nella teoria delle situazioni didattiche sono denominate rispettivamente di:

- *Azione*;
- *Formulazione*;
- *Validazione*.

<i>Livelli</i>	Azione	Comunicazione	Controllo
Situazione <i>a-didattica</i>	Azione	Formulazione	Validazione

Situazione-problema

Per indicare un compito da assegnare agli alunni che abbia tutte le caratteristiche che abbiamo descritto, così da poter dar luogo ad una situazione a–didattica, si usa il termine di situazione–problema.

Da quanto esposto si deduce quindi che una situazione–problema deve avere le seguenti caratteristiche (Jaquet, 1993):

- L'alunno deve poter procedere da solo, cioè le sue conoscenze iniziali devono essere sufficienti;
- Devono essere costruite nuove conoscenze;
- La situazione-problema deve permettere all'allievo di decidere se una soluzione è corretta oppure no;
- La conoscenza che si desidera che venga acquisita dall'alunno deve essere lo strumento più adatto alla soluzione del problema;
- Il problema deve poter essere formulato in diversi ambiti quali, ad esempio, quello geometrico, fisico, grafico, numerico

Situazione-problema

Per l'insegnante la situazione-problema esige innanzitutto un approccio epistemologico (da dove viene la nozione? a cosa serve?) ed una riflessione sul ruolo della nozione nell'insegnamento (quando appare? quando sarà utilizzata?).

Essa necessita anche di un'analisi delle concezioni iniziali e finali degli allievi (ostacoli, errori, rappresentazioni, ...), ma anche di un'analisi a priori (cosa faranno gli allievi? come gestire la classe?) ed infine di una valutazione (cosa bisogna valutare? con quali strumenti?).

Situazione-problema

La situazione-problema pone l'alunno nella condizione di definire, inventare e ricercare termini, dati, formule, strategie utili alla formulazione di ipotesi di risoluzione da confrontare con altri e da validare.

È una situazione diversa da quella tradizionale nella quale l'alunno, sollecitato a risolvere un problema, opera generalmente in maniera automatica attraverso ragionamenti di natura procedurale che spesso nascondono il senso del sapere in gioco ed è del tutto assente l'interesse e la curiosità.

Situazione-problema

Condizione necessaria perché la situazione-problema permetta la costruzione di un apprendimento significativo è che abbia le caratteristiche di una *situazione a-didattica* di:

- *Azione*
- *Formulazione*
- *Validazione*

Queste condizioni non sono da considerare in maniera gerarchica, ma possono coesistere in una situazione-problema.

La risoluzione del problema è potenzialmente atta alla costruzione della nuova conoscenza, che deve poi subire:

- una fase di *istituzionalizzazione* durante la quale l'insegnante caratterizza ciò che è emerso come nuovo sapere, collegandolo al sapere precedente;
- una fase di *strutturazione* (esercizi, applicazioni).

Situazione *a-didattica* di azione

Una situazione *a-didattica* è di *azione* se l'alunno, per rispondere ad un quesito o risolvere un problema:

- deve produrre una azione, fisica o mentale;
- prendere, in interazione con l'ambiente, delle decisioni fondate sulla conoscenza in fase di costruzione. Tale conoscenza deve essere necessaria per risolvere il problema.

La situazione *a-didattica* può essere di *azione* anche se le decisioni da prendere o le azioni da compiere richiedono uno scambio esplicito di informazioni, non necessarie però alla determinazione della soluzione.

In caso contrario, quando cioè la comunicazione è necessaria alla soluzione del problema, si determinerà la coesistenza di una situazione *a-didattica* di formulazione.

Situazione *a-didattica* di formulazione

Una situazione *a-didattica* è di *formulazione* se l'alunno (A), per rispondere ad un quesito o risolvere un problema, deve comunicare con almeno un altro alunno (B), attraverso informazioni, codificate in un qualunque registro linguistico, fondate sulla conoscenza in fase di costruzione e in interazione con l'ambiente.

Tali informazioni devono essere necessarie per risolvere il problema e possono essere a carico di uno solo dei due alunni. Ciò significa che nella comunicazione l'interazione con B è necessaria per l'alunno A ma l'alunno B può produrre messaggi che non hanno alcuna finalità o necessità rispetto alla risoluzione del problema.

La situazione *a-didattica* può essere di azione o di formulazione se non sono indispensabili argomentazioni e prove nella risoluzione del problema. In caso contrario si può determinare o identificare la tipologia di situazione *a-didattica* denominata di validazione.

Situazione *a-didattica* di validazione

La situazione *a-didattica* è di *validazione* se sono indispensabili argomentazioni, prove e dimostrazioni nella risoluzione del problema. Gli strumenti di queste dimostrazioni e argomentazioni possono essere di natura semantica o sintattica. Può avere il carico delle affermazioni, delle prove e delle dimostrazioni anche solo uno dei soggetti agenti.

Nella situazione *a-didattica* di *validazione* i soggetti agenti devono essere in posizione simmetrica, di proponente e di opponente, rispetto alle azioni o alle formulazioni necessarie alla risoluzione del problema.

La situazione *a-didattica* di validazione, insieme alla istituzionalizzazione e alla valutazione dei saperi, costituiscono la conclusione di ogni processo di insegnamento/apprendimento in ambito scolastico.

Esempio di funzionamento del sapere

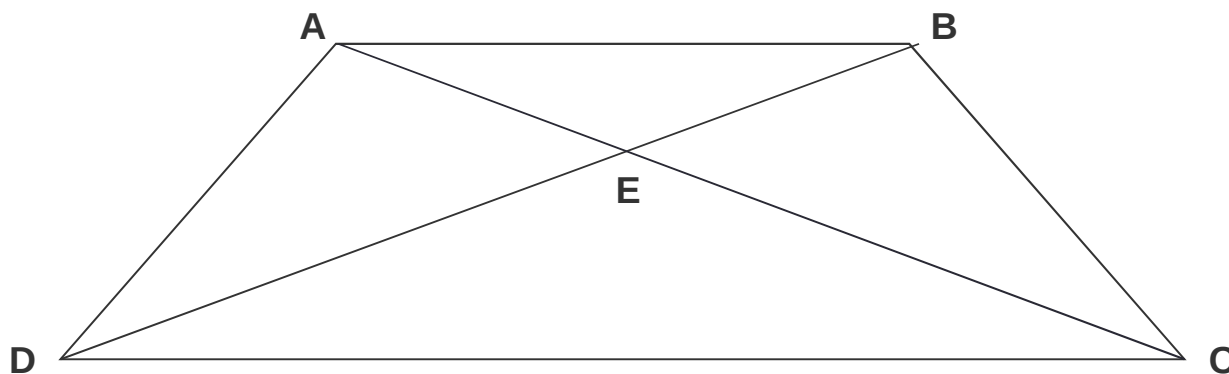
Un'esemplificazione delle diverse situazioni *a-didattiche* è dato dalle modalità risolutive al seguente problema:

Le diagonali dividono il trapezio ABCD in quattro triangoli. Dovete confrontare l'area di ADE con CEB, cioè stabilire se:

area triangolo ADE = area triangolo CEB

area triangolo ADE > area triangolo CEB

area triangolo ADE < area triangolo CEB



Esempio di funzionamento del sapere

Una modalità di *azione*:

- riprodurre su cartoncino il trapezio, ritagliare i due triangoli ADE e CEB, pesare i cartoncini, verificando così l'equiestensione dei due triangoli.

Una modalità di *formulazione*:

- applicazione delle regole per il calcolo dell'area del trapezio e del triangolo, note le misure dei lati.

Una modalità di *validazione*:

- applicazione del teorema sulla congruenza dei triangoli ADC e CBD e della proprietà di equiestensione per differenza di parti equiestese ($ADE = ADC - DCE$; $CEB = CBD - DCE$).

Il contratto didattico

Il *contratto didattico* è l'insieme di regole, non del tutto esplicite, che "legano" l'insegnante e l'alunno ad un sapere specifico. Questo insieme di regole permette la costruzione e la gestione di una attività didattica e cambia a seconda che il sapere sia considerato da apprendere o appreso.

Il *contratto didattico* non è quindi costituito da regole permanenti, valide per un tempo prestabilito e indipendenti dalle attività programmate, ma è sottoposto a continue modifiche indotte dal sapere in gioco e dal variare delle condizioni della stessa situazione didattica.

L'alunno accetta le regole temporanee insite nel contratto didattico che deve essere rotto per dar luogo ad una necessaria rinegoziazione. La rottura del contratto didattico è necessaria all'apprendimento, altrimenti non ci sarebbe la *situazione a-didattica*, e contribuisce ad innescare il processo di *devoluzione*.

In una stessa attività didattica si determina un contratto didattico per ogni sapere in gioco.

Primo esempio di contratto didattico

Regole implicite del contratto didattico relativo la sapere “problema di matematica” che ne determinano il funzionamento nel sistema didattico

- *La soluzione esiste (ed è unica)*
Esistono poche occasioni di incontri con problemi la cui soluzione non esiste o con più di una soluzione
- *Il testo fornisce un “contesto” che induce una strategia privilegiata non sempre coincidente con la più economica o con la più pertinente*
- *Tale strategia (spesso data o considerata implicitamente come unica) utilizza un sapere quasi sempre identificabile a priori*

Tra i saperi che potenzialmente forniscono la soluzione ha più probabilità di essere utilizzato quello che nella sequenzializzazione del programma o del libro di testo appare “più vicino”

- *Assenza di controllo/verifica della coerenza tra dati e soluzione trovata*

Secondo esempio di contratto didattico

Risposte possibili rispetto al sapere “scomposizione in fattori” e risposte abitualmente attese dall’insegnante

A livello di biennio della scuola superiore, alla domanda “scomponi in fattori $16x^2-4$ ”, l’insegnante si aspetta che l’alunno riconosca la possibilità di utilizzare il prodotto notevole $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

Ma davanti alla domanda “scomponi in fattori $4x^2-36x$ ”, l’alunno dovrà riconoscere una fattorizzazione semplice $4x^2-36x=4x(x-9)$.

L’alunno che alla domanda “scomponi in fattori $4x^2-36x$ ” rispondesse

$$4x^2-36x=4x^2-2(2\cdot 9)x+9^2-9^2=(2x-9)^2-9^2=(2x-9+9)(2x-9-9)=2x(2x-18)$$

darebbe una risposta “falsa” per due ragioni:

- Non ha fatto ciò che ci si aspettava da lui; la risposta “giusta” è $4x^2-36x=4x(x-9)$.
- Egli avrebbe dimostrato così:
 - Una capacità poco comune di riconoscere delle forme algebriche
 - Una incapacità di riconoscere il tipo di situazione problema che si trova di fronte

Contratto didattico e contratto pedagogico

Il *contratto didattico* va differenziato dal *contratto pedagogico* (o formativo) perché:

- Il contratto didattico è specifico di un sapere
- Esiste un contratto didattico per ogni sapere
- L'apprendimento di S necessita di continue rotture di contratto didattico (*situazione a-didattica*)
- Il contratto didattico è implicito (non è totalmente esplicitabile)

Questa prerogativa differenzia il *contratto didattico* dal *contratto pedagogico* (o formativo) che invece identifica l'insieme delle negoziazioni esplicite di diritti e doveri reciproci dell'insegnante e dell'alunno al livello dell'interazione Insegnante – Alunno anche indipendentemente dal sapere.

Dalla conoscenza al sapere

Il processo di insegnamento – apprendimento in situazione scolastica non si esaurisce con la costruzione di una nuova conoscenza da parte dell'alunno ma prosegue, dalla **conoscenza** al **sapere**, nel processo di **istituzionalizzazione del sapere** (supposto acquisito) e nella **valutazione del sapere** (supposto acquisito).

Istituzionalizzazione

Per trasformare le risposte e le conoscenze degli alunni in sapere si deve realizzare il processo di istituzionalizzazione di un sapere. Questo processo è inverso a quello della devoluzione.

Al termine del processo di devoluzione, l'alunno sa di aver trovato delle soluzioni ai problemi posti, ma non sa di aver acquisito una conoscenza che potrà utilizzare in altre occasioni e in altri ambiti.

Nella fase di istituzionalizzazione, l'insegnante aiuta gli alunni a ridecontestualizzare e a ridepersonalizzare la conoscenza acquisita, facendo in modo che essi riconoscano il carattere universale, la riutilizzabilità e la trasferibilità del sapere acquisito.

L'alunno in un processo di strutturazione o ristrutturazione, mediante esercizi e applicazioni, utilizza tutti gli elementi (informazioni) a sua disposizione, per costruire un proprio senso dell'oggetto insegnato, formalizzato dall'insegnante, nel processo di istituzionalizzazione.

Nel processo di insegnamento/apprendimento diminuirà, così, la distanza tra sapere sapiente e sapere insegnato.

Fase di conclusione

Tra il processo di *devoluzione* e quello di *istituzionalizzazione* esiste un'ulteriore fase che fa da cerniera tra i due momenti: è la fase detta di *conclusione*, che può realizzarsi secondo le due modalità distinte:

- *validazione*
- *valutazione*.

Quando l'insegnante, che è garante della correttezza della risposta dell'alunno, emette un giudizio esplicito sulla risposta fornita, la fase di *conclusione* è di *valutazione* (in senso generale, non nel senso istituzionale del termine); se, invece, l'ambiente di apprendimento consente una retroazione sulla risposta fornita, la situazione è detta di *validazione* e diventa, in tal modo, parte integrante del processo di costruzione della nuova conoscenza.

La valutazione dei saperi in situazione scolastica

In situazione scolastica, dopo la fase di istituzionalizzazione del sapere, è richiesta la valutazione del sapere, che si suppone acquisito. La valutazione implica due posizioni:

- dell'insegnante, che deve esprimere un giudizio esplicito sull'acquisizione del sapere (S)
- dell'alunno, che deve dimostrare esplicitamente di averlo acquisito.

Il concetto di ostacolo epistemologico

Un ostacolo epistemologico è una conoscenza che funziona come tale su un insieme di situazioni e per certi valori delle variabili di queste situazioni, e che, quando il soggetto cerca di adattarlo ad altre situazioni o ad altri valori delle variabili, provoca errori specifici, riconoscibili ed analizzabili.

I lavori di Bachelard e di Piaget evidenziano che l'errore non è solo l'effetto dell'ignoranza, dell'incertezza e del caso ma è anche l'effetto di una conoscenza anteriore che si rivela sbagliata o semplicemente inadatta. Molti errori non sono imprevedibili ma sono riproducibili e persistenti: essi sono costituiti in ostacoli.

Il concetto di ostacolo epistemologico

Brousseau distingue tre origini fondamentali degli ostacoli che si possono incontrare nell'insegnamento della matematica:

- Un'origine **ontogenetica**

- riguardante gli ostacoli legati alle limitazioni delle capacità cognitive degli alunni coinvolti nel processo di insegnamento; un tipo di ostacolo che può essere ricollegato a tale origine si osserva ad esempio nell'applicazione errata del ragionamento proporzionale, prima che il tema 'proporzionalità' sia oggetto di studio sistematico. In questo caso si verifica che un buon numero di alunni (di 12-13 anni) ricorre spontaneamente ad uno schema additivo invece che moltiplicativo;

- Un'origine **didattica**

- riguarda gli ostacoli legati alle scelte o ai progetti del sistema educativo; in questo caso si può citare, a titolo di esempio, la presentazione della moltiplicazione fra naturali come "addizione ripetuta" durante la scuola elementare: se questo schema non viene successivamente modificato può rimanere negli alunni come unico significato per la moltiplicazione, che viene anche applicato nel caso dei numeri razionali o reali; inoltre esso induce ovviamente la convinzione, comune anche a molti adulti, che la moltiplicazione implichi sempre un 'ingrandimento' rispetto ai fattori;

- Un'origine **epistemologica**:

- sono gli ostacoli nel senso di Bachelard, vale a dire quelli legati alla resistenza di un sapere mal adattato; un esempio che può essere qui ricordato è sicuramente la difficoltà legata al concetto di infinito. "Un ostacolo epistemologico è costitutivo della conoscenza nel senso che colui che l'ha incontrato e superato, ha una conoscenza diversa rispetto a colui che non si è scontrato con l'ostacolo." (Brousseau, 1989)

Il concetto di ostacolo epistemologico

Il superamento di un ostacolo non significa eliminazione della conoscenza precedente: essa infatti continuerà a funzionare nel contesto ad essa relativo.

Tale superamento significa invece la creazione di una strada parallela con i suoi problemi e le sue metodologie di soluzione.

L'ostacolo è costituito come una conoscenza e resiste alla sua eliminazione, tenta di adattarsi localmente, di modificarsi e di ottimizzarsi su un campo ridotto seguendo un processo di accomodamento.

Per rimuovere un ostacolo serve dunque un flusso sufficiente di situazioni nuove che vanno a destabilizzarlo ed a renderlo inefficace ed inutile; esso talvolta resiste o si presenta anche dopo che il soggetto ha eliminato il modello difettoso.

Il superamento di un ostacolo esige quindi un lavoro simile a quello della formazione di una conoscenza, cioè l'individuazione di problemi veri, che consentano una continua dialettica tra l'alunno e l'oggetto della sua conoscenza.

Errore

Nel processo di costruzione del sapere devono verificarsi continue rotture del *contratto didattico* e quindi diversi momenti di *devoluzione*, che permettono di superare i paradossi, sia relativi all'apprendimento che all'insegnamento.

Nell'ambito del *contratto didattico*, l'insegnante, consapevole dell'esistenza degli elementi implicite e della necessità delle rotture del *contratto didattico*, ne accetta le conseguenze.

La principale conseguenza è il verificarsi dell'errore, al quale si assegna un ruolo di particolare rilevanza rispetto alla progressione dell'apprendimento in situazione scolastica.

L'errore fa parte del processo di apprendimento e può essere previsto o identificato durante il processo stesso.

Errore in fase di costruzione del sapere

Quando il sapere è in fase di costruzione, l'insegnante progetta un'attività in cui può prevedere il verificarsi di risposte errate da parte degli alunni.

Provoca volutamente nell'alunno una “*destabilizzazione*” delle conoscenze, necessaria per innescare una nuova fase di apprendimento, che permetta di superare la dissonanza tra il vecchio e il nuovo.

Errore in fase di costruzione del sapere

Davanti alle risposte errate, l'insegnante può prendere due decisioni differenti (durante l'attività in classe tali decisioni sono istantanee e spesso inconsce):

- rilevare l'errore ed esplicitarlo all'alunno
 - Il processo di apprendimento è momentaneamente interrotto, come conseguenza dell'interruzione della situazione *a-didattica* e del processo di *devoluzione*.
- rilevare l'errore e tenerlo per sé
 - Il processo di apprendimento può continuare e le interazioni con l'ambiente di apprendimento rimangono potenzialmente atte alla costruzione di una nuova conoscenza.

L'insegnante, garante e parte integrante di tale ambiente, può intervenire con domande o fornendo risposte relative a conoscenze già acquisite, in modo da rilanciare il processo di devoluzione.

Errore quando il sapere è (supposto) acquisito

Quando il sapere è acquisito (rispetto ai tempi dell'apprendimento), o supposto acquisito (rispetto ai tempi dell'insegnamento), l'insegnante può trovarsi di fronte a risposte errate o parzialmente errate, assolutamente non previste nella progettazione dell'attività.

Il verificarsi di questo tipo di errore può essere la conseguenza di una carenza nella progettazione del percorso e/o nell'analisi *a-priori* dell'attività didattica.

Concetto di risonanza

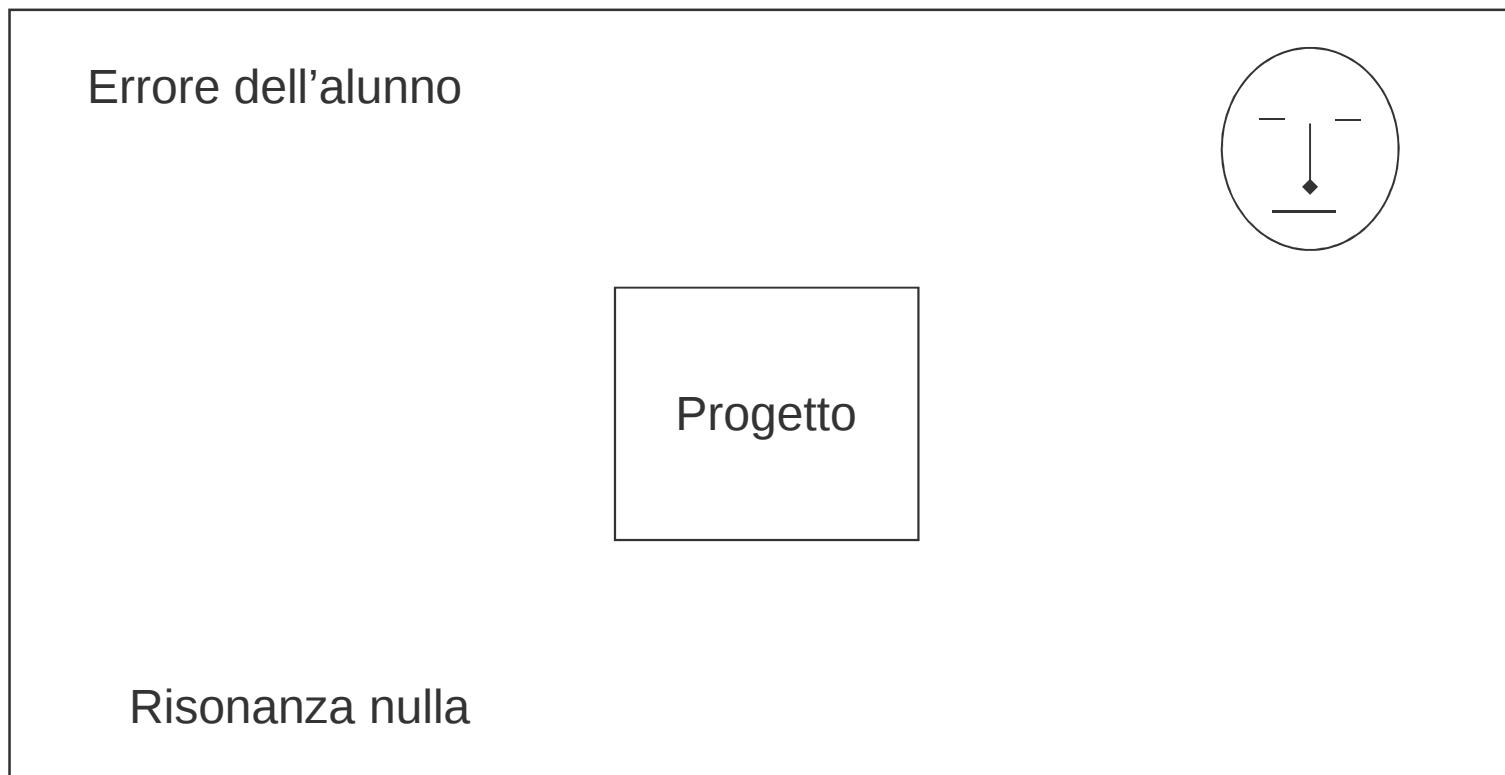
Nella complessità della pratica didattica possono presentarsi numerose variabili, che interagiscono con gli elementi di base del sistema (insegnante – alunno – sapere – ambiente) determinando evoluzioni e cambiamenti nel sistema stesso.

Ciò provoca una necessità di controllo delle modifiche intervenute, soprattutto da parte del docente, che ha responsabilità istituzionale di gestione e di valutazione del processo formativo.

Un ulteriore strumento per controllare la gestione di un'attività didattica è il concetto di *risonanza* dell'intervento dell'alunno sul progetto dell'insegnante.

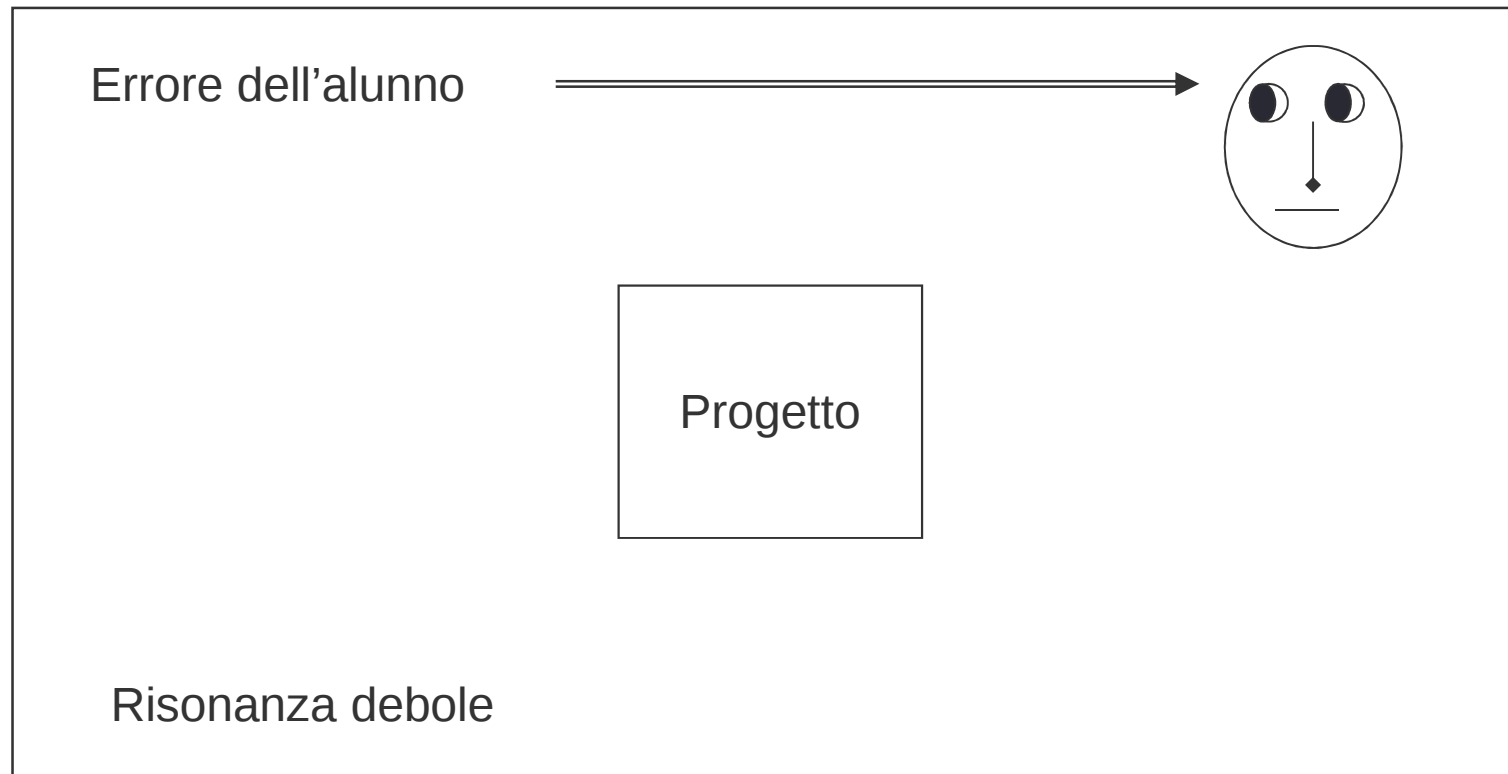
Risonanza nulla

l'intervento o l'errore dell'alunno non è rilevato dall'insegnante.



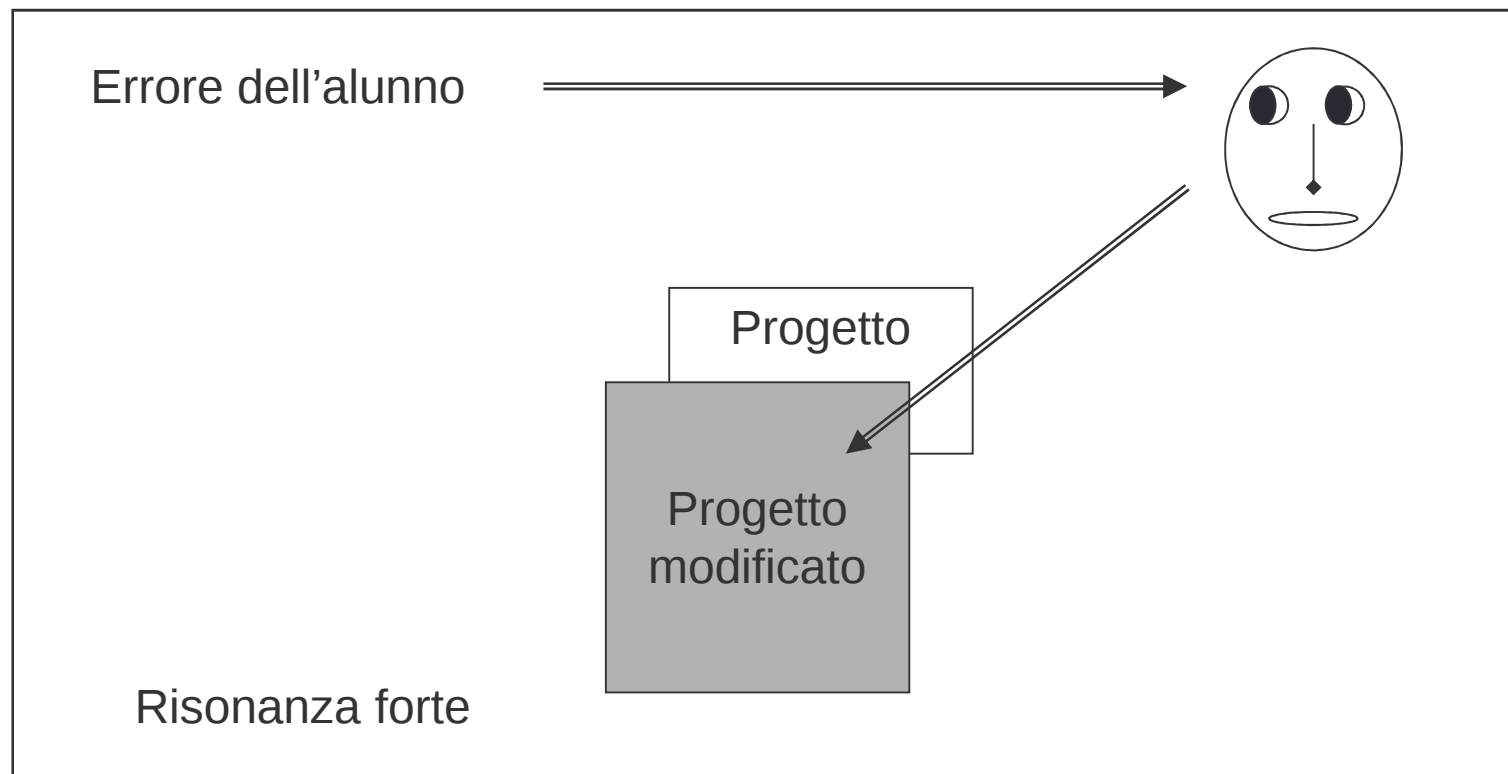
Risonanza debole

l'errore dell'alunno è rilevato dall'insegnante, senza che si modifichi il progetto.



Risonanza forte

l'errore dell'alunno è rilevato dall'insegnante, che è "costretto" (dalle condizioni in atto della realizzazione della attività) a modificare il suo progetto.



Gestione dell'attività didattica

La consapevolezza dell'insegnante rispetto all'intervento o all'errore dell'alunno ha influenza sul progetto soltanto nel caso della risonanza forte, ma in tutti e tre i casi si determinano effetti sul rapporto tra l'alunno e il sapere.

Il verificarsi di numerose risonanze nulle determina una maggiore criticità nel controllo della attività.

In ogni caso, è il grado di consapevolezza del docente rispetto all'errore dell'alunno ad influenzare il controllo del processo di insegnamento.

Analizzare l'attività in classe

La progettazione e la realizzazione di un progetto di insegnamento di un dato contenuto disciplinare implica conoscenze e competenze diverse in funzione di stati diversi dell'evoluzione del processo di insegnamento/apprendimento.

L'insegnante deve distinguere tre livelli diversi di tali conoscenze, da considerare in modo non gerarchico, relativi alla:

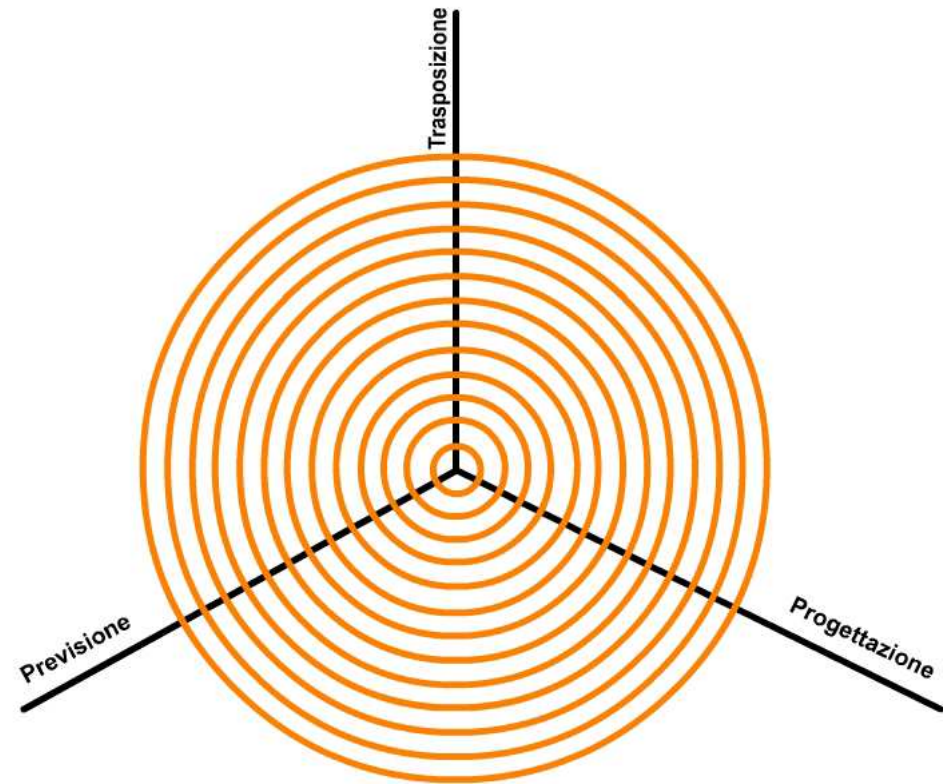
- *trasposizione* del sapere (programma ministeriale → programmazione disciplinare → saperi in atto)
- *progettazione* del percorso didattico (definizione dell'ambiente di apprendimento → individuazione delle attività didattiche → definizione delle situazioni didattiche e a-didattiche → fase di conclusione (validazione o valutazione) → istituzionalizzazione)
- *previsione* sul funzionamento del percorso didattico (ipotesi sulle variabili che possono intervenire durante l'attività, valutazione del loro ruolo e degli effetti che possono produrre)

Analizzare l'attività in classe

Il buon funzionamento di un percorso didattico è il risultato della qualità dell'interazione dei tre livelli:

- *trasposizione* didattica
- *progettazione*
- *previsione*.

Occorre analizzare adeguatamente ogni aspetto di ciascun livello, in modo da validare l'efficacia del processo di insegnamento - apprendimento.



Bibliografia

- M. Fasano, M. Polo, F. Casella, D. Ditaranto, **MASD Modello di analisi delle situazioni didattiche** *Uno strumento per la formazione degli insegnanti: gestire e controllare consapevolmente le attività di apprendimento e di insegnamento*, eum Edizioni Università di Macerata
- B. D'Amore, **Elementi di Didattica della Matematica**, Pitagora Editrice, Bologna