



NUCLEI FONDATI E COMPETENZE DELLA MATEMATICA

Metodi e tecnologie nell'insegnamento
della Matematica

Percorso 24 CFU per l'ammissione ai FIT

Alcune premesse

- Nessuno può insegnare ciò che non sa
- Una delle componenti fondamentali della «professione docente» è la conoscenza dei contenuti delle discipline di studio che si insegnano
- Conoscere i contenuti delle discipline di studio che si insegnano significa essere consapevoli dei criteri di selezione attraverso i quali si riconoscono importanti tali contenuti
- Un conto è conoscere i contenuti che si reputano più importanti e qualificanti di una disciplina, un altro saperli tradurre in percorsi didattici adeguati agli allievi
- Sapere e saper insegnare sono due cose molto diverse
- Sapere come potrebbero essere insegnati determinati contenuti non vuol dire essere capaci di insegnarli come si dovrebbe.

La matematica del cittadino

L'educazione matematica deve contribuire, insieme con tutte le altre discipline, alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica.

“...considerata l'importanza centrale delle matematica e delle sue applicazioni nel mondo odierno nei riguardi della scienza, della tecnologia, delle comunicazioni, dell'economia e di numerosi altri campi;

consapevole che la matematica ha profonde radici in molte culture e che i più importanti pensatori per migliaia di anni hanno portato contributi significativi al suo sviluppo, e che il linguaggio e i valori della matematica sono universali e in quanto tali ideali per incoraggiare e realizzare la cooperazione internazionale;

si sottolinea il ruolo chiave dell'educazione matematica, in particolare al livello della scuola primaria e secondaria sia per la comprensione dei concetti matematici, sia per lo sviluppo del pensiero razionale”.

Conferenza generale dell'UNESCO, 1997



Commissione Italiana per
l'Insegnamento della Matematica

Commissione Permanente
dell'Unione Matematica Italiana



Funzione strumentale e culturale della matematica

La matematica diventa uno strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà .

La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altro un sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale.

Dentro a competenze strumentali come eseguire calcoli, risolvere equazioni, leggere dati, misurare una grandezza, calcolare una probabilità, è, infatti, sempre presente un aspetto culturale, che collega tali competenze alla complessa realtà in cui viviamo.

I due aspetti si intrecciano ed è necessario che l'insegnante li introduca entrambi in modo equilibrato lungo tutto il percorso di formazione.

- L'apprendimento della matematica è un diritto di tutti perché essa non è solo quella disciplina che insegna a ragionare, ma una disciplina che attraverso i suoi aspetti applicativi diventa una chiave di lettura della realtà che ci circonda.
- Il problema dell' Educazione Matematica non è stato una specificità della scuola italiana, ma è stato al centro di un dibattito internazionale.
- Varie commissioni a livello mondiale hanno lavorato :
 - sulla individuazione degli assi portanti della formazione matematica
 - sulla scelta di contenuti da sviluppare in verticale dalla scuola di base alla scuola superiore.

Il docente

Deve:

- Conoscere i contenuti della disciplina che insegna
- Essere consapevole dei criteri di selezione attraverso i quali si riconoscono importanti tali contenuti
- Sapere tradurre tali contenuti in percorsi didattici adeguati agli allievi
- Essere un *ricercatore sul e del sapere epistemico* che è chiamato poi a trasformare, con appositi mediatori didattici, in apprendimento degli allievi.

Il docente

- Analisi disciplinare
 - I presupposti epistemologici
 - Il sistema di conoscenze
 - La struttura linguistica
 - Il ruolo formativo
- Trasposizione didattica
- Percorso didattico
 - Situazione didattica
 - Sistema didattico
 - Contratto didattico
 - Strumenti e metodi di verifica

Analisi disciplinare

Docente “ricercatore”  Docente “ingegnere didattico”

- **E**pistemologia
- **S**truttura linguistica
- **S**istema di conoscenze
- **R**uolo formativo

- **P**ercorso didattico
- **M**odelli di insegnamento
- **S**trumenti
 - Didattici
 - Verifica
- **P**rocesso di valutazione

Individuazione degli assi portanti

ANALISI DISCIPLINARE

Fare l'analisi disciplinare significa comprendere l'**analisi strutturale** della disciplina attraverso la quale si individuano:

- I nuclei fondanti
- Le relazioni e connessione fra i vari argomenti.

Questo comporta i seguenti passaggi :

- Smontare" la disciplina nei suoi contenuti "C", che vanno attentamente esaminati sotto il maggior numero di punti di vista possibili, non dimenticando di fare altrettanto con i legami originari che collegavano i contenuti prima dello smontaggio
- L'analisi dei contenuti "C" conduce a suggerire, alla fine, i metodi "M" con i quali si procedere al "rimontaggio" della disciplina stessa
- Tale rimontaggio è indicato dalla seconda freccia dello schema



Nuclei Fondanti

I nuclei fondanti sono quei concetti fondamentali che ricorrono in vari luoghi di una disciplina e hanno (perciò) valore strutturante e generativo di conoscenze.

I nuclei fondanti sono concetti, nodi epistemologici metodologici che strutturano una disciplina... i contenuti ne sono l'oggetto, le conoscenze sono il frutto di tutto il processo di costruzione del sapere >> (Forum delle Associazioni disciplinari)

I nuclei fondanti «possono definirsi tali quando assumono un esplicito *valore formativo* rispetto alle competenze di cui sono i supporti»

Nuclei Fondanti

L'aggettivo fondante può essere inteso da diversi punti di vista:

- **Della disciplina**, nei suoi aspetti epistemologici cioè quali siano i nodi concettuali del sapere matematico;
- **Della prassi didattica**, che, insieme alla pedagogia, può permettere di individuare **quale parte di questo sapere deve contribuire alla formazione dello studente**
- **Della ricerca in didattica della matematica**, che fornisce le indicazioni su quali concetti costituiscono momenti di rottura nel processo cognitivo, quali ostacoli cognitivi ci possono essere nell'apprendimento di un determinato concetto, a quale età gli studenti possono padroneggiare il simbolismo algebrico, quali campi di esperienza possono favorire il passaggio dall'empirico al teorico, quali strumenti possono supportare gli studenti nella formulazione di congetture e dimostrazioni.

Individuazione dei nuclei fondanti in alcuni progetti internazionali

 NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS USA	CREM, 1999 BELGIO	PORTOGALLO	 Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica Commissione Permanente dell'Unione Matematica Italiana ITALIA
Numeri e Operazioni	Numeri	Numeri e calcolo	Il numero;
Algebra	Algebra	Algebra e funzioni	Le relazioni;
Geometria	Geometria	Geometria	Lo spazio e le figure;
Analisi dei dati e Probabilità	Statistica e Probabilità	Statistica e Probabilità	I dati e le previsioni
Misure	Grandezze		.
	Analisi		
Problem solving Ragionamento e Dimostrazione Comunicazione Collegamenti Rappresentazione			Argomentare e congetturare; Misurare; Risolvere e porsi problemi

Percorso didattico fondato su competenze e nuclei

L'impianto didattico di un percorso di matematica si basa su:

- Le **competenze** disciplinari e trasversali;
- La scelta dei **nuclei fondanti**.

Competenze (Michele Pellerey)

«Capacità di far fronte a un compito, o a un insieme di compiti, riuscendo a mettere in moto e a orchestrare le proprie risorse interne, cognitive, affettive e volitive, e a utilizzare quelle esterne disponibili in modo coerente e fecondo»

(M. Pellerey, Le competenze individuali e il Portfolio, La Nuova Italia, Milano, 2004, pag. 12)

Competenze

«Le competenze (siano esse disciplinari, cioè riferite alla singola disciplina, o trasversali, cioè riferite a più discipline) rappresentano traguardi raggiungibili nel medio-lungo periodo (mesi, ma anche anni), che integrano aspetti cognitivi e operativi, in un contesto più o meno circoscritto. Importante è che le competenze rimangano in possesso degli studenti in uno spazio-temporale in cui sono state raggiunte, cioè anche in contesti diversi da quelli in cui sono state apprese e anche in tempi diversi (dopo la verifica, dopo l'esame, insomma per la vita)». (Robutti, 2001b)

Costruire competenze impone al docente di dotarsi di metodologie e strumenti che permettono di andare “sotto la superficie dell’acqua” e sondare le componenti soggettive e interne del processo di apprendimento dell’individuo.



L' **Unione Matematica Italiana** e **Commissione Italiana** per l'**Insegnamento della Matematica** ha elaborato un progetto curriculare in verticale dalla scuola di base alla scuola secondaria superiore:

➤ **LA MATEMATICA DEL CITTADINO: " un corpus di conoscenze e abilità fondamentali, necessarie a tutti coloro che entrano nell'attuale società, da acquisire secondo una scansione organica articolata nei successivi livelli scolastici.**

Questo progetto curriculare ha un impianto didattico basato sulle **competenze disciplinari e trasversali** e su **nuclei fondanti** intorno ai quali sono organizzati i contenuti.

- Il progetto è costituito da due parti:
- **I curricoli** presentati per ogni ordine e grado
- **gli esempi** di attività didattica e di elementi di verifica .

Per eventuali approfondimenti personali si rimanda:

- Matematica 2001 scuola elementare e media (<http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/>)
- Matematica 2003 e Matematica 2004 scuola superiore (<http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/>)

▪

Il curriculum di matematica

Nuclei fondanti e Processi

- Nuclei fondanti

- Il numero;
- Lo spazio e le figure;
- Le relazioni;
- I dati e le previsioni.

- Processi

- Argomentare e congetturare;
- Misurare;
- Risolvere e porsi problemi.



*Commissione Italiana per
l'Insegnamento della Matematica*

*Commissione Permanente
dell'Unione Matematica Italiana*



Nuclei Fondanti della Matematica

- ***Numeri;***
- ***Spazio e figure;***
- ***Relazioni;***
- ***Dati e previsioni.***

Tali nuclei vengono identificati sulla base delle loro caratteristiche di:

- ***Verticalità:*** sviluppo per l'intero arco di studi;
- ***Orizzontalità:*** possibilità di evidenziare collegamenti tra un nucleo e l'altro;
- ***Profondità:*** evitare che gli studenti commettano errori dovuti ad applicazioni meccaniche di procedure algoritmiche;
- ***Avvicinamento graduale alla teoria:*** si giunge alla teorizzazione ed alla definizione delle proprietà fondamentali per approfondimenti successivi

Il numero

In situazioni varie, significative e problematiche, relative alla vita di tutti i giorni, alla matematica e agli altri ambiti disciplinari.

Ad esso sono associate le seguenti **competenze**:

- ❑ **comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale**
- ❑ **comprendere il significato delle operazioni**
- ❑ **operare tra numeri in modo consapevole sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti**
- ❑ **usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica.**

Lo spazio e le figure

**In contesti diversi di indagine e di osservazione,
Ad esso sono associate le seguenti competenze:**

- ❑ esplorare, descrivere e rappresentare lo spazio**
- ❑ riconoscere e descrivere le principali figure piane e solide**
- ❑ utilizzare le trasformazioni geometriche per operare su figure**
- ❑ determinare misure di grandezze geometriche**
- ❑ usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi del mondo reale o interni alla matematica**

Le relazioni

In vari contesti matematici e sperimentali,
Ad esso sono associate le seguenti **competenze**:

- ☐ **individuare relazioni tra elementi e rappresentarle**
- ☐ **classificare e ordinare in base a determinate proprietà**
- ☐ **utilizzare lettere e formule per generalizzare o per astrarre**
- ☐ **riconoscere, utilizzare semplici funzioni e rappresentarle**
- ☐ **utilizzare variabili, funzioni, equazioni per risolvere problemi**

I dati e le previsioni

In situazioni varie, relative alla vita di tutti i giorni e agli altri ambiti disciplinari,

Ad esso sono associate le seguenti competenze:

- ❑ organizzare una ricerca**
- ❑ reperire, organizzare e rappresentare dati**
- ❑ effettuare valutazioni di probabilità di eventi**
- ❑ risolvere semplici situazioni problematiche che riguardano eventi**
- ❑ sviluppare e valutare inferenze, previsioni ed argomentazioni basate su dati**

Processi della matematica

Sono legati alle competenze degli allievi: alla capacità di individuare tra le conoscenze possedute quelle opportune per affrontare una certa situazione problematica e di saperle utilizzare in forma mirata alla soluzione del problema proposto.

➤ **Argomentare e congetturare**

Contiene anche alcuni contenuti di tipo logico e caratterizza le attività che favoriscono il passaggio dalle nozioni intuitive a forme di pensiero più rigoroso e sistematico, in particolare alla dimostrazione, cuore del pensiero matematico stesso.

Ad esso sono associate le seguenti **competenze**:

- **osservare, individuare e descrivere regolarità**
- **produrre congetture, testarle, validare le congetture prodotte**
- **riconoscere proprietà che caratterizzano oggetti matematici e l'importanza delle definizioni che le descrivono**
- **giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni**

Processi della matematica

➤ Misurare

Consente un approccio esperienziale e teorico alle grandezze, in collegamento con le scienze, per ricavare relazioni tra le grandezze esperite e costruire modelli di fenomeni studiati.

Ad esso sono associate le seguenti **competenze**:

- **Misurare grandezze**
- **Leggere, scrivere e rappresentare misure**
- **Stimare misure**
- **risolvere problemi e modellizzare fatti e fenomeni partendo da dati di misura**

➤ Risolvere e porsi problemi

Offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi, per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza e per giungere all'uso di modelli matematici in contesti vari.

Ad esso sono associate le seguenti **competenze**:

- **riconoscere e rappresentare situazioni problematiche**
- **impostare, discutere e comunicare strategie di risoluzione**
- **Individuare modelli matematici e saper operare per risolvere problemi in contesti vari**

Competenze trasversali

Le competenze trasversali, comuni alla matematica e alle altre discipline, che la matematica concorre a perseguire possono essere:

- Leggere l'informazione, nelle varie forme espressive in cui può comparire;
- Produrre informazione, facendo uso di diverse forme espressive;
- Rappresentare informazione;
- Porsi e risolvere problemi;
- Utilizzare consapevolmente i processi logici, ossia saper condurre un ragionamento in un ambito teorico più o meno elevato, con argomentazioni e giustificazioni;
- Utilizzare consapevolmente gli strumenti tecnologici.

Competenze disciplinari

Alcune competenze disciplinari sono:

- Avere il senso del numero;
- Avere il senso del grafico;
- Avere il senso del simbolo;
- Analizzare dati, rielaborarli;
- Costruire modelli a partire da dati e utilizzare modelli per esplorare fenomeni e situazioni;
- Fare previsioni in condizioni di incertezza;
- Utilizzare il linguaggio e il ragionamento scientifico, fare dimostrazioni.

(Robutti)

Avere il senso del numero

“Avere il senso del numero” significa non solo possedere la conoscenza dei numeri naturali, interi, decimali, frazionari e le capacità di operare con essi avendo consapevolezza delle operazioni e delle loro proprietà, ma soprattutto possedere la capacità di stima di un ordine di grandezza, di un errore, di cifre decimali significative, e la capacità di determinare una percentuale o di fare calcoli approssimati.

Giudicare se il risultato di un esercizio o di un problema è accettabile o no in base al contesto

Avere il senso del simbolo

“Avere il senso del simbolo” significa sapere usare i simboli come strumenti per comprendere il significato di un problema e per risolverlo, cogliere i ruoli che possono avere in contesti diversi, leggere attraverso di essi le relazioni esistenti tra le variabili in gioco, scegliendo anche opportunamente il modo con il quale rappresentare queste ultime.(Arcavi,1994)

Avere il senso di grafico

“Avere il senso di grafico” significa possedere non solo l’abilità di rappresentare dati con un grafico, o di leggere grafici, ma più in generale sapere decodificare le informazioni contenute in un grafico, produrre grafici per rappresentare funzioni, fenomeni, di distinguere tra rappresentazione discreta e continua, di avere presenti i fattori di scala.(Robutti,2001)

COMPETENZE DISCIPLINARI

- **Analizzare i dati e rielaborarli**
- **Costruire modelli a partire da dati e utilizzare modelli per esplorare fenomeni e situazioni**
- **Fare previsioni in condizioni di incertezza**

E' importante per il cittadino perché permette di sviluppare le capacità di interpretare fatti, fenomeni attraverso la rielaborazione di dati e la costruzione di modelli.

- La competenza **“utilizzare il linguaggio e il ragionamento scientifico, fare dimostrazioni”** contribuisce al raggiungimento delle competenze trasversali:
- Saper comunicare
- Saper ragionare attraverso l'utilizzo consapevole dei processi logici, il produrre congetture, confutandole o dimostrandole .

COMPETENZE DISCIPLINARI

- ❑ La competenza “risolvere problemi aperti e chiusi” riguarda la risoluzione di problemi posti da se stessi o da altri.
- ❑ La competenza “utilizzare il linguaggio e il ragionamento scientifico, fare dimostrazioni” contribuisce al raggiungimento delle competenze trasversali:
 - Saper comunicare i propri pensieri matematici in modo chiaro e coerente fra pari, con gli insegnanti
 - Saper ragionare: utilizzare consapevolmente processi logici, produrre congetture confutandole o dimostrandole